Acta Agrophysica, 2003, 93, 67-79

ZASTOSOWANIE ALGORYTMU SIMPLEX DO OKREŚLANIA EKSTREMALNYCH ZMIAN AGREGACJI GLEB

Jerzy Niewczas, Barbara Witkowska-Walczak

Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, ul. Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27

Streszczenie. Zaprezentowano zastosowanie algorytmu simplex do określania ekstremalnych wartości wskaźnika agregacji gleb (ASI). Dla jednokierunkowych zmian agregacji i przyjętego kryterium oceny trwałości agregatów pozwala on znajdować przedział, w zakresie którego mogą zmieniać się wartości ASI. Podstawowymi danymi do obliczeń zakresu zmian są rozkłady częstości agregatów glebowych przed i po działaniu czynnika destrukcyjnego. Przedyskutowano również problemy istnienia dopuszczalnych rozwiązań i ich jednoznaczności. Stwierdzono, że algorytm simplex jest niezwykle przydatny do wyliczania ekstremalnych wartości wskaźnika agregacji gleb.

Słowa kluczowe: algorytm simplex, agregaty glebowe, wskaźnik trwałości

WSTĘP

Agregaty glebowe klasyfikowane są pod względem ich wielkości. Jednakże o jakości gleby świadczy nie tylko stan chwilowy jej agregacji, ale również jego zmienność. Z tego powodu analizowana jest dynamika zmian agregacji lub też stałość stanu agregacji (trwałość, stabilność agregatów). Zatem agregaty glebowe mogą być charakteryzowane jako odporne lub też podatne (wrażliwe) na działanie czynników zewnętrznych. Pary tych określeń są dualne względem siebie [1,7].

Zmiany rozmiarów agregatów glebowych są nieuchronną konsekwencją procesów naturalnych, a określony kierunek zmian agregacji gleby, tzn. rozpad lub sklejanie się agregatów, może być oceniany pozytywnie lub negatywnie.

Czynniki zewnętrzne mogą oddziaływać na agregaty w sposób losowy - niezależny od zamierzeń człowieka lub celowy - zamierzony przez człowieka. W obu przypadkach mogą to być działania krótkotrwałe (zdarzenia przypadkowe, zabiegi agrotechniczne), bądź też długotrwałe, nawet wieloletnie procesy [4,11].

Niewczas i Witkowska-Walczak [10] do oceny zmian agregacji testowanej próbki gleby zaproponowali *wskaźnik trwałości agregatów* (ASI). Zdefiniowano go jako wartość funkcji, której argumentami są wszystkie częstości tablicy przejścia. Współczynnikami tej funkcji są odpowiednio dobrane wagi, przypisane każdemu elementowi tablicy przejścia. Tak określony wskaźnik jest miarą zmian agregacji całej próbki glebowej, jakie nastąpiły na drodze wejście → wyjście, z uwypukleniem ich znaczenia poprzez zadane wagi. W pracy [10] zastosowano funkcję liniową, a wagami były liczby o podstawie 2 i o wykładnikach całkowitych, zawierających informację o liczbie klas agregatów, o jaki nastąpił spadek danej frakcji agregatów w wyniku działania rozpatrywanego czynnika destrukcyjnego. Definicja ASI pozwala obliczać jego wartość dla każdej z klas agregatów oddzielnie, a ich suma jest wartością wskaźnika dla całej próby glebowej. Zachowana jest zatem *addytywność* tak określonej miary trwałości.

Do znajdowania ekstremalnych wartości ASI można wykorzystać metody optymalizacyjne, a w szczególności metody operacyjne [8,9]. Do tej grupy metod zalicza się m.in. *programowanie liniowe*. Jest to metoda stosowana zazwyczaj do optymalizacji przedsięwzięć ekonomicznych, aczkolwiek jej matematyczne podstawy pozwalają na bardzo szerokie spektrum zastosowań.

Celem niniejszej pracy było zastosowanie algorytmu simplex do określania ekstremalnych zmian agregacji gleb.

Metoda, którą zaprezentowano w pracy nie jest metodą statystyczną, lecz deterministyczną. Nie można zastąpić nią innych, dotychczas stosowanych, szczególnie metod statystycznych, natomiast może być ich uzupełnieniem. Z dostępnych danych pozwala bowiem otrzymać pewne dodatkowe informacje o zmianach agregacji, których nie można uzyskać przy pomocy innych, znanych metod, m. in. właśnie statystycznych. W literaturze fachowej nie znaleziono podobnego podejścia do problemu analizy zmian trwałości agregatów glebowych.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Tablica przejścia

Szczegółowej analizy zmian agregacji można dokonać zapisując wyniki przepro-wadzonego eksperymentu na agregatach testowanej próbki glebowej w postaci tzw. *tablicy przejścia* z rozkładu wejściowego (przed działaniem czynnika destrukcyjnego) do rozkładu wyjściowego (po działaniu czynnika destrukcyjnego). Tablica przejścia, to zmodyfikowana do potrzeb niniejszej pracy postać *macierzy przejścia* [5]. Dostarcza ona znacznie więcej informacji

o zmianach agregatów niż para ich rozkładów na wejściu i na wyjściu. Wskazuje bowiem w jaki sposób uległy zmianom poszczególne klasy agregatów na wejściu, pod wpływem badanego czynnika i jakie ich częstości wchodzą w skład klas agregatów na wyjściu. Glebowy materiał wejściowy można podzielić na klasy i badać jego zmiany na wyjściu niezależnie dla każdej klasy z osobna. Jednakże analizowanie agregatów, pochodzących z kolejnych klas na wejściu, nie daje pojęcia o rozkładzie zmian jakości materiału w danej glebie, o ile nie wiąże ze sobą tych klas poprzez znajomość częstości występowania agregatów w prostej próbie losowej, reprezentującej dana glebę [6]. W licznych przypadkach obojętne jest w jaki sposób agregaty przechodzą z rozkładu wejściowego do wyjściowego, a niekiedy interesujący jest jedynie ich rozkład na wyjściu, czyli skutek działania określonego zdarzenia, zabiegu lub procesu. Są to jednak podejścia bardzo uproszczone, czysto utylitarne. Znajomość zachowania się wszystkich klas agregatów (łącznie) jest bardzo przydatna ze względu na ich niejednorodność. Agregaty pochodzące z różnych klas bardzo często charakteryzują się odmienną strukturą wewnętrzną i składem chemicznym, a w związku z tym nie reagują jednakowo na działanie czynnika destrukcyjnego.

Niezbędnymi danymi do analizy trwałości testowanej próbki gleby są następujące częstości względne:

- $\boldsymbol{p}_{i.} = [p_{1.}, p_{2.}, ..., p_{k.}]$ - rozkład częstości agregatów na wejściu (przed działaniem czynnika destrukcyjnego),
- $\boldsymbol{p}_{.j} = [p_{.1}, p_{.2}, ..., p_{.k}]$ - rozkład częstości agregatów na wyjściu (po działaniu czynnika destrukcyjnego),
- $[p_{ij}]$ $(i = 1, 2, ..., k;\ j = i, i+1, ..., k)$ - dwuwymiarowy rozkład częstości agregatów; liczby p_{ij} wskazują, jakie części (wagowe) próbki gleby pod wpływem czynnika destrukcyjnego pozostały w tej samej klasie $(j = i)$ lub rozpadły się $(j > i)$, przechodząc z klasy i do którejś z klas następnych, j. Dane te otrzymuje się w wyniku przeprowadzonego eksperymentu.

Rozkład diagonalny, układ wag i wskaźnik trwałości agregatów glebowych

W pracy [10] wprowadzono pojęcie rozkładu diagonalnego ***diag*** $= [d_0, d_1, ..., d_{k-1}]$. Jego kolejne częstości $d_0, d_1, ..., d_{k-1}$ otrzymuje się sumując elementy głównej przekątnej tablicy przejścia (ich sumę oznaczono przez d_0) i elementy następnych przekątnych, jednakowo oddalone od głównej przekątnej i leżące coraz dalej od niej, przy czym ostatnia częstość, $d_{k-1} = p_{1k}$. Zgodnie z wymogami rozkładu częstości, $d_0 + d\ + ... + d_{k-1} = 1$. Postać rozkładu diagonalnego świadczy o rozmiarze zmian, jakim uległy agregaty badanej próbki gleby w wyniku działania

czynnika destrukcyjnego. Częstość d_0 w największym stopniu wpływa na ocenę trwałości próbki materiału poddanej działaniu czynnika destrukcyjnego, a każda następna ma na nią coraz mniejszy wpływ. Podobnie, o wielkości liczby w zapisie pozycyjnym decydują kolejne jej cyfry, poczynając od lewej - najbardziej znaczącej, a kończąc na prawej – najmniej znaczącej.

Dla zróżnicowania znaczenia kolejnych częstości rozkładu ***diag***, przypisano im odpowiednio dobrany układ wag $\boldsymbol{w} = [w_0, w_1, ..., w_{k-1}]$. Wykorzystując wspomnianą analogię zapisu liczby w systemie pozycyjnym, jako miarę trwałości agregatów wchodzących w skład testowanej próbki gleby zaproponowano wskaźnik *ASI*, będący sumą iloczynów częstości rozkładu diagonalnego i wag :

$$ASI = d_0 w_0 + d_1 w_1 + ... + d_{k-1} w_{k-1}. \quad (1)$$

Przyjęto układ wag dwójkowych: $w_0 = 2^{k-1}$, $w_1 = 2^{k-2}$, ..., $w_{k-1} = 2^0$. Dla $k = 6$ wagi te przyjmują wartości: 32, 16, 8, 4, 2, 1. Zatem skala wartości *ASI* jest przedziałem $\langle 1;32 \rangle$.

Rozkłady częstości na wejściu i wyjściu a tablice przejścia

Przejście próby elementów materiału z rozkładu częstości na wejściu do rozkładu częstości na wyjściu może odbywać się różnymi sposobami, różnymi „kanałami przejścia" od jednego stanu (klasy) do innego. Tej samej parze rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu mogą odpowiadać różne tablice przejścia. W tabeli 1 zamieszczono stosowny przykład dla czterech klas agregatów (dane fikcyjne). Pokazuje on ponadto jak różne sumy częstości na głównej przekątnej (szare tło) można otrzymać dla tej samej pary rozkładów na wejściu i wyjściu. Stąd wniosek, że mając zadane rozkłady na wejściu i na wyjściu, nie można w sposób jednoznaczny, poza szczególnymi przypadkami (np. dla zmian jednokierunkowych, gdy rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu lub gdy jeden z tych rozkładów zredukowany jest do jednej klasy), wyznaczyć dla nich tablicy przejścia. Tablic takich może być wiele. Jedną z nich jest tablica dla próby testowanego materiału, T_{test}. Niejednoznaczność tablic przejścia można wykorzystać do znajdowania tablic najmniej i najbardziej korzystnych z punktu widzenia przyjętego kryterium oceny zmian trwałości agregatów. Na tle tych tablic (oznaczanych dalej odpowiednio przez T_{min} i T_{max}) można ocenić tablicę T_{test} czyli ocenić faktyczne zmiany agregacji analizowanej próbki gleby, które dokonały się między wejściem a wyjściem. Danymi do znajdowania ekstremalnych tablic przejścia są wyłącznie rozkłady częstości na wejściu ($\boldsymbol{p}_{i\cdot}$) i na wyjściu ($\boldsymbol{p}_{\cdot j}$).

Tabela 1. Przykłady trzech różnych tablic przejścia o tych samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu z różną sumą częstości na głównej przekątnej (odpowiednio: 0,15; 0,35 i 0,55)
Table 1. Examples of three different transition tables, having the same frequencies distributions in the input and output with the different sum of frequencies on mains diagonals, (0.15; 0.35 and 0.55, respectively)

A 0,50	B 0,30	C 0,15	D 0,05	←WEJŚCIE IMPUT ↓ WYJŚCIE OUTPUT
0,10	–	–	–	A 0,10
0,25	0	–	–	B 0,25
0,15	0,15	0	–	C 0,30
0	0,15	0,15	0,05	D 0,35

A 0,0	B 0,30	C 0,15	D 0,05	←WEJŚCIE IMPUT ↓ WYJŚCIE OUTPUT
0,10	–	–	–	A 0,10
0,10	0,15	–	–	B 0,25
0,10	0,15	0,05	–	C 0,30
0.20	0	0,10	0,05	D 0,35

Tabela 1. cd.
Table 1. Cont.

A 0,50	B 0,30	C 0,15	D 0,05	←WEJŚCIE IMPUT ↓ WYJŚCIE OUTPUT
0,10	–	–	–	A 0,10
0	0,25	–	–	B 0,25
0,10	0,05	0,15	–	C 0,30
0,30	0	0	0,05	D 0,35

A, B, C, D - symbole klas jakości, A, B, C, D – symbols of quality classes.

Przy zmianach jednokierunkowych, ze wszystkich możliwych przejść z jednego rozkładu do drugiego, częstości p_{11} i p_{kk} są zawsze ściśle zdeterminowane - pierwsza przez rozkład wyjścia, a druga - przez rozkład wejścia. Są to przejścia: $kl_1 \rightarrow kl_1$ oraz $kl_k \rightarrow kl_k$, gdzie kl_1 i kl_k oznaczają odpowiednio symbole pierwszej i ostatniej klasy agregatów. Częstość pierwszego z nich $p_{11} = p_{\cdot 1}$, a drugiego $p_{kk} = p_{k\cdot}$.

Kryteria ekstremalnych zmian agregacji próbki glebowej

Kryteria ekstremalnych zmian agregacji próbki glebowej zależą od konkretnego, rozpatrywanego zagadnienia i implikują dobór układu wag, a te z kolei postaci ekstremalnych tablic przejścia. Można formułować je w oparciu o to, jakie zmiany sklasyfikowanych elementów próbki materiału w wyniku zaistniałego lub zamierzonego czynnika uważa się za ekstremalnie przeciwstawne.

Ze sposobu zdefiniowania układu wag, a zatem i wskaźnika trwałości agregatów glebowych (ASI) wynika, że spośród próbek gleb o tych samych rozkładach częstości na wejściu i na wyjściu najbardziej trwała jest taka próbka, której możliwie największa część agregatów nie uległa destrukcji, a pozostała ich część rozpadając się, przeszła do klas możliwie najbliższych tym, w których znajdowały się na wejściu. Analogicznie można określić próbkę gleby, która charakteryzuje się najmniejszą trwałością. Jest to próbka, której możliwie najmniejsza część agregatów nie uległa destrukcji, a pozostała część, rozpadając się, przeszła do klas możliwie najdalszych.

PROGRAMOWANIE LINIOWE I ALGORYTM SIMPLEX

Ekstremalne tablice przejścia oraz ekstremalne wartości wskaźnika trwałości agregatów dla przyjętych powyżej kryteriów ekstremalnych zmian agregacji próbki glebowej można znajdować przy pomocy różnych metod, w szczególności przy pomocy metod optymalizacyjnych. W niniejszej pracy zastosowano do tego celu algorytm simplex programowania liniowego. Programowanie liniowe i algorytmy z nim związane należą do grupy badań operacyjnych, które służą zazwyczaj do optymalizacji przedsięwzięć ekonomicznych w skali mikro. Algorytm simplex jest najbardziej uniwersalnym algorytmem tej grupy. Jego matematyczne podstawy pozwalają rozwiązywać bardzo szeroki zakres problemów optymalizacyjnych, dających się sprowadzić do zadań programowania liniowego. Znajduje on ekstremalne wartości liniowej funkcji celu o liniowej postaci jej ograniczeń [2,3,8,9].

Pierwszym etapem rozwiązania postawionego problemu jest jego sformułowanie w języku programowania liniowego, czyli skonstruowanie odpowiedniego modelu matematycznego. Zadaniem programowania liniowego nazywany jest problem polegający na znalezieniu punktu o współrzędnych $(x_1, x_2, ..., x_n)$ takiego, że:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \rightarrow \max,$$

co oznacza, że funkcja Z osiąga w tym punkcie największą wartość przy następujących ograniczeniach (więzach) funkcyjnych:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \leq b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq b_m \end{gathered}$$

i ograniczeniach zapewniających nieujemność współrzędnych poszukiwanego punktu:

$$x_1, x_2, ..., x_n \geq 0.$$

Funkcja Z nazywana jest funkcją celu, zmienne x_j noszą nazwę zmiennych decyzyjnych, natomiast wielkości a_{ij}, b_i, c_j ($i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2, ..., n$) są danymi wejściowymi i nazywane są parametrami modelu.

Podany powyżej model nazywany jest postacią standartową. Istnieją ponadto inne, usankcjonowane formy modelu programowania liniowego, polegające na: minimalizacji funkcji celu, występowaniu części ograniczeń funkcyjnych w postaci rów-

ności bądź też nierówności o znakach „≥" oraz rezygnacji z części restrykcji dotyczących znaków współrzędnych x_j.

Ze względu na duży stopień skomplikowania i złożoność obliczeniową algorytmu simplex ograniczono się do przedstawienia jego zarysu, bowiem współcześnie zadania programowania liniowego rozwiązywane są za pomocą odpowiednich pakietów komputerowych.

Pierwszy krok algorytmu simplex polega na sprowadzeniu zadania programowania liniowego do postaci kanonicznej, tj. takiej, w której wszystkie ograniczenia mają postać równości. W tym celu wszystkie nierówności zamieniane są na równania przez wprowadzenie pewnych nowych zmiennych. W przypadku nierówności typu "≤" do ich lewych stron dodawane są tzw. *slack variables*, które stanowią początkowe rozwiązanie dopuszczalne, zwane bazowym. W przypadku nierówności typu „≥" - od lewych stron odejmowane są tzw. *surplus variables* i dodawane są tzw. zmienne sztuczne (*artificial variables*). W tym przypadku zmienne sztuczne wchodzą do pierwszego rozwiązania bazowego. Do funkcji celu zmienne swobodne (*slack* i *surplus*) wchodzą ze współczynnikami równymi zeru, a zmienne sztuczne z tzw. współczynnikami M, gdzie M jest bardzo dużą liczbą ($M \to \infty$). Zmienne *slack* i *surplus* mogą znaleźć się w rozwiązaniu końcowym, natomiast zmienne sztuczne nie mogą. Dlatego w funkcji celu, która jest maksymalizowana, zmienne sztuczne występują ze współczynnikami $-M$, zmniejszając w ten sposób wartość funkcji celu. Natomiast w funkcji celu, która jest minimalizowana, zmienne sztuczne występują ze współczynnikami $+M$, zwiększając wartość funkcji.

Kolejnym krokiem algorytmu jest budowa pierwszego rozwiązania bazowego w postaci tzw. tablicy simplex. Po czym następuje sprawdzenie, czy rozwiązanie to jest rozwiązaniem optymalnym. Jeśli nim nie jest, konstruuje się następną tablicę simplex, czyli następne rozwiązanie bazowe - lepsze lub przynajmniej nie gorsze od poprzedniego. Postępowanie kończy się po stwierdzeniu, że aktualne rozwiązanie bazowe jest optymalne, tzn. nie można już go poprawić. Algorytm simplex jest więc procedurą iteracyjną.

Sposób formułowania przedstawionego zadania w terminologii programowania liniowego ilustruje następujący przykład, dla prostoty przedstawiony dla trzech klas agregatów. Niech rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu, wyrażone za pomocą częstości względnych, mają następujące postaci: $\boldsymbol{p}_{i\cdot} = [0{,}5;\ 0{,}3;\ 0{,}2]$, $\boldsymbol{p}_{\cdot j} = [0{,}1;\ 0{,}4;\ 0{,}5]$ (dane fikcyjne). Dla zmian jednokierunkowych nieznanymi częstościami ekstremalnych tablic przejścia są: p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}, a odpowiadającymi im wagami

(zadanymi), niech będą liczby $w_{11} = 100$, $w_{12} = 10$, $w_{13} = 1$, $w_{22} = 100$, $w_{23} = 10$, $w_{33} = 100$. Współrzędnym punktu poszukiwanego ekstremum $(x_1, x_2, ..., x_6)$, odpowiadają zatem wymienione częstości, parametrom $c_1, c_2, ..., c_6$ odpowiadają przyjęte wagi, parametry a_{ij} są liczbami równymi 1 (gdy poszukiwana częstość występuje w kolejnym ograniczeniu) lub 0 (w przeciwnym przypadku). Rolę parametrów $b_1, b_2, ..., b_6$ pełnią kolejne częstości rozkładów na wejściu i na wyjściu. Funkcja celu $Z = ASI$ jest więc liniową funkcją zmiennych $p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$, której współczynnikami są podane wagi i ma postać:

$$ASI = 100p_{11} + 10p_{12} + 1p_{13} + 100p_{22} + 10p_{23} + 100p_{33}.$$

Ograniczenia funkcji celu, wynikające z rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, są następujące:

$$\begin{aligned} p_{11} + p_{12} + p_{13} &= 0{,}5 & \qquad p_{11} &= 0{,}1 \\ p_{22} + p_{23} &= 0{,}3 & \qquad p_{12} + p_{22} &= 0{,}4 \\ p_{33} &= 0{,}2 & \qquad p_{13} + p_{23} + p_{33} &= 0{,}5 \end{aligned} \tag{2}$$

Dodatkowymi (domyślnymi) ograniczeniami dla poszukiwanych częstości jest żądanie, by nie były one ujemne. Ograniczają one wartości funkcji celu od dołu. Warto zwrócić uwagę na fakt, że układ równań (2) jest układem nieokreślonym, czyli nie ma jednoznacznego rozwiązania. Aby znaleźć ekstremum funkcji celu (maksimum), należy jedną z podanych równości (2), np. ostatnią, zastąpić nierównością typu $\leq$. Ogranicza to wartości funkcji celu od góry, a zarazem nie zmienia sensu praktycznego rozpatrywanego zadania programowania liniowego. Do jego rozwiązania można posłużyć się dowolnym programem realizującym algorytm simplex.

W tym celu zastosowano pakiet STATGRAPHICS 5.0, w którym zamieszczony jest ów program. Dla funkcji celu o n zmiennych i m ograniczeniach (więzach), danymi programu są:

- współczynniki funkcji celu (n liczb),
- prawe strony ograniczeń (m liczb),
- macierz współczynników ograniczeń (m wierszy $\times$ n kolumn),
- kody ograniczeń (m liczb); kodami są liczby: -1 – dla nierówności typu $\leq$, 0 – dla równości = oraz 1 – dla nierówności typu $\geq$.

Dla omawianego przykładu dane mają następującą postać:

- współczynnikami funkcji celu są zadane wagi: 100 10 1 100 10 100,
- prawymi stronami ograniczeń są rozkłady częstości na wejściu i na wyjściu: 0,5 0,3 0,2 0,1 0,4 0,5;

- macierzą współczynników ograniczeń są liczby obwiedzione podwójną linią w tabeli 2. Są to współczynniki przy niewiadomych p_{ij} układu równań (1). Są nimi jedynki, gdy odpowiednie niewiadome występują w danym równaniu lub zera – w przeciwnym przypadku,
- kodami ograniczeń są liczby: 0, 0, 0, 0, 0, –1. Wskazują one, że pięć pierwszych ograniczeń ma postać równości, a ostatnie jest nierównością typu ≤.

Tabela 2. Macierz współczynników ograniczeń do przykładu ilustrującego zastosowanie algorytmu simplex
Table 2. A matrix of coefficients of constraints for an example presenting the application of simplex algorithm

p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{22}	p_{23}	p_{33}	
1	1	1	0	0	0	$p_{1\cdot}$
0	0	0	1	1	0	$p_{2\cdot}$
0	0	0	0	0	1	$p_{3\cdot}$
1	0	0	0	0	0	$p_{\cdot 1}$
0	1	0	1	0	0	$p_{\cdot 2}$
0	0	1	0	1	1	$p_{\cdot 3}$

$p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$ – argumenty funkcji celu Z (niewiadome częstości tablicy przejścia),
$p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$ – an arguments of the objective function Z (unknown frequencies of a transition table).
$p_1, p_2, p_3, p_1, p_2, p_3$ – odpowiednio: częstości rozkładu wejściowego i wyjściowego.
$p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}$ – frequencies of input and output distributions respectively.

W wyniku działania programu otrzymuje się maksimum funkcji celu oraz poszukiwane wartości zmiennych funkcji celu, dla których występuje maksimum. W odniesieniu do rozpatrywanego przykładu, $Z_{max} = ASI_{max}$ jest możliwie największym wskaźnikiem trwałości agregatów, jaki można otrzymać przy ustalonych wagach dla danej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu. Znalezione przez program współrzędne maksimum funkcji celu, to dla rozpatrywanego przykładu częstości tablicy przejścia T_{max}: p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33}. Dla znalezienia minimum $Z_{min} = ASI_{min}$ funkcji celu oraz elementów tablicy T_{min}, wystarczy zmienić znaki współczynników funkcji celu na przeciwne i ponownie uruchomić program. Dla opisywanego przykładu otrzymano wartości: $ASI_{max} = 61{,}3$ i $ASI_{min} = 37{,}0$. Odpowiadające im tablice T_{max} i T_{min} mają postaci zmieszczone w tabeli 3.

Tabela 3. Ekstremalne tablice przejścia do przykładu ilustrującego zastosowanie algorytmu simplex
Table 3. Extreme transition tables, referring to the example showing the application of simplex algorithm

T_{max}

A 0,5	B 0,3	C 0,2	←WEJŚCIE INPUT ↓ WYJŚCIE OUTPUT •
0,1	–	–	A 0,1
0,1	0,3	–	B 0,4
0.3	0	0,2	C 0,5

T_{max}

A 0,5	B 0,3	C 0,2	←WEJŚCIE INPUT ↓ WYJŚCIE OUTPUT
0,1	–	–	A 0,1
0,4	0	–	B 0,4
0	0,3	0,2	C 0,5

A, B, C – symbole klas; Wejście, Wyjście – odpowiednio: rozkład częstości na wejściu i na wyjściu
A, B, C – symbols of classes; Input, Output – distribution frequencies at input and output respectively.

Istnienie dopuszczalnych rozwiązań

Jeśli poszukuje się rozwiązań jakiegokolwiek zadania, należy najpierw rozstrzygnąć problem jego rozwiązalności, a następnie problem istnienia jakichkolwiek jego dopuszczalnych rozwiązań. Dotychczasowe rozważania oraz przytoczone przykłady wskazują, że problem znajdowania ekstremalnych tablic przejścia jest rozwiązalny. Drugi problem sprowadza się do zbadania, czy dla każdej, dowolnej pary rozkładów można zbudować jakąkolwiek, bodaj jedną, tablicę przejścia? Okazuje się, że odpowiedź jest pozytywna jedynie w przypadku

zmian dwukierunkowych. Zatem w przypadku zmian jednokierunkowych nie każda para rozkładów może być rozkładem wejścia i wyjścia. Na przykład, gdy $k = 2$ para rozkładów [0,4, 0,6] i [0,5; 0,5] nie może stanowić odpowiednio rozkładów wejścia i wyjścia (przy założeniu destrukcyjnego kierunku zmian agregatów). Ta sama para rozkładów dla zmian dwukierunkowych umożliwia zbudowanie bardzo wielu tablic przejścia. Wystarczy jednak zmienić role tych rozkładów, aby przekonać się, że wówczas dla zmian jednokierunkowych jedyną możliwą tablicą przejścia jest tablica o elementach: $p_{11} = 0{,}4$, $p_{12} = 0{,}1$ oraz $p_{22} = 0{,}5$. Zawsze bowiem, gdy $k = 2$, w przypadku zmian jednokierunkowych istnieje tylko jedna tablica przejścia.

W istocie rzeczy problem istnienia dopuszczalnych rozwiązań jest problemem czysto akademickim. Jeśli bowiem rozkłady na wejściu i na wyjściu są wynikiem testowania agregatów pewnej próbki glebowej, to istnieje przynajmniej jedna dopuszczalna tablica przejścia - jest nią tablica T_{test}.

Jednoznaczność rozwiązań ekstremalnych

W przypadku zmian jednokierunkowych, dla zadanej pary rozkładów częstości na wejściu i wyjściu, przy podanym w pracy kryterium zmian jakości (a zatem przy tej samej funkcji celu), o ile istnieje para ekstremalnych tablic przejścia i ekstremalnych wskaźników trwałości, to tylko jedna. Zapewnia to szczególna, trójkątna budowa tablic przejścia i wybrany układ wag. Niemniej jednak, te same ekstremalne tablice przejścia można otrzymać dla różnych układów wag, czyli dla różnych postaci funkcji celu.

Jeśli skutkami działania czynnika destrukcyjnego są zmiany jednokierunkowe, wówczas dla określonej pary rozkładów częstości na wejściu i na wyjściu, można zbudować na ogół nie jedną tablicę przejścia. Istnienie przynajmniej jednej tablicy przejścia gwarantuje przeprowadzony eksperyment i wyznaczona na jego podstawie tablica T_{test}. Tylko jedna tablica przejścia istnieje wówczas, gdy np. rozkład na wejściu jest identyczny z rozkładem na wyjściu, lub gdy jeden z tych rozkładów jest zredukowany do jednej klasy. Jest oczywiste, że wówczas ekstremalne wskaźniki trwałości ASI_{max} i ASI_{min} oraz ASI_{test} mają tę samą wartość.

WNIOSEK

Algorytm simplex programowania liniowego jest skutecznym narzędziem do znajdowania zakresu ekstremalnych wskaźników trwałości agregatów glebowych testowanej próbki, zarówno dla jedno- jak i dwukierunkowego modelu zmian agregatów.

PIŚMIENNICTWO

1. **Braunack M.V., Dexter A.R.:** Soil aggregation in seedbed: a review. I. Properties of aggregates and beds of aggregates. Soil&Till. Res. 14, 259-279, 1989.
2. **Childress R.L.:** Mathematics for Managerial Decision. Prentice Hall. Inc. New Yersey: Englewood Cliffs, 1974.
3. **Czerwiński Z.,** Matematyka w ekonomii. PWN, Warszawa, 1983.
4. **Dexter A.R:** Advances in characterization of soil structure. Soil&Till. Res. 11, 199-238, 1988.
5. **Feller W.:** An Introduction to Probability Theory and its Applications. Wiley&Sons, New York, 1961.
6. **Góralski A.:** Metody opisu i wnioskowania statystycznego w psychologii i pedagogice. PWN, Warszawa, 1987.
7. **Hillel D.:** Environmental Soil Physics. Academic Press, London, 1998.
8. **Hillier F.S., Lieberman G.J.:** Introduction to Operations Research. 4th Edition. Mc Graw Hill, New York, **1986.**
9. **Ignasiak E. (Ed.):** Badania operacyjne. PWN, Warszawa, 2001.
10. **Niewczas J., Witkowska-Walczak B.:** Index of aggregates stability as linear function value of transition matrix elements. Soil&Till. Res., 70/2, 121-130, 2003.
11. **Witkowska-Walczak B.:** Wpływ struktury agregatowej gleb na ich hydrofizyczne charakterystyki. Acta Agrophysica, 30, 5-97, 2000.

USE OF SIMPLEX ALGORITHM FOR DETERMINATION OF SOIL AGGREGATION EXTREMAL CHANGES

Jerzy Niewczas, Barbara Witkowska-Walczak

Institute of Agrophysics, Polish Academy of Sciences, ul. Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27

Abstract. The use of simplex algorithm for determination of soil aggregation extremal changes is presented. For one-directional aggregation changes and assumed in this paper criterion of the soil aggregation stability evaluation it enables to find the range of changes of the soil aggregates stability index. The basic data for calculation are distributions of soil aggregate frequencies before and after destruction factor occurrence. It was also discussed the existing problems of possible solutions and their uniquenesses. It stated that simplex algorithm is suitable for calculation of extreme values of aggregates stability index (ASI).

Keywords: simplex algorithm, soil aggregates; stability index