

## WYZNACZANIE PARAMETRÓW PLASTYCZNEGO PŁYNIĘCIA SYPKICH SUROWCÓW SPOŻYWCZYCH<sup>1</sup>

*J. Horabik, M. Grochowicz*

Instytut Agrofizyki PAN, ul. Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27

e-mail: jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl

**Streszczenie:** W pracy podjęto próbę wyznaczenia parametrów plastycznego płynięcia wybranych sypkich surowców spożywczych charakteryzujących się dużym stopniem rozdrobnienia i dużą podatnością na zagęszczanie. Pomiary przeprowadzono w aparacie bezpośredniego ścinania Jenike'go. Zastosowana procedura wielokrotnego ścinania umożliwia wykonanie od 4 do 7 ścięć tej samej próbki przy coraz mniejszych wartościach naprężenia normalnego. Dzięki temu zmniejsza się znacznie pracochłonność testu w porównaniu do klasycznej procedury Jenike'go. W pracy określono zależność warunku plastyczności, efektywnego kąta tarcia i funkcji płynięcia od naprężenia normalnego dla mąki pszennej, kaszy manny i cukru pudru.

**Słowa kluczowe.** roślinne materiały sypkie, warunek plastyczności, kąt tarcia wewnętrzny

### WSTĘP

Wiele surowców spożywczych jest przechowywanych i przemieszczanych luzem w stanie sypkim. Spożywcze przeznaczenie tych materiałów a także ich specyficzne właściwości jako ośrodka sypkiego decydują o wymaganiach stawianych instalacjom do ich magazynowania i przemieszczania. Parametry plastycznego płynięcia określają warunki, w jakich materiał sypki przestaje zachowywać się jak ciało stałe i staje się podobny do cieczy. Im bardziej rozdrobniony jest materiał tym większe siły spójności powstają między ziarnami

---

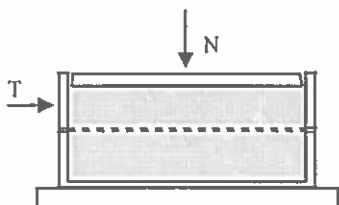
<sup>1</sup> Pracę wykonano w ramach projektu badawczego 5 P06F 021 17 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 1999-2002.

ośrodka w stanie skonsolidowanym, co ma bezpośredni wpływ na wytrzymałość na ścinanie. W przypadku materiałów o dużym rozdrobnieniu wytrzymałość na ścinanie zależy silnie od zagęszczenia materiału. Sypkie materiały spożywcze charakteryzują się ponadto dużą odkształcalnością ziaren ośrodka. Plastyczna deformacja styków ziaren zwiększa siły spójności [4,5]. Wilgotność, temperatura oraz czas składowania materiału sypkiego mają również istotny wpływ na właściwości mechaniczne. Znajomość parametrów plastycznego płynięcia materiałów sypkich pomaga unikać granicznych sytuacji prowadzących do powstawania nawisów materiału sypkiego w komorach, a w skrajnym przypadku do całkowitego zatrzymania przepływu.

Celem badań podjętych w tej pracy był wybór metody oraz wyznaczenie parametrów plastycznego płynięcia wybranych sypkich surowców spożywczych charakteryzujących się dużym stopniem rozdrobnienia i dużą podatnością na zagęszczanie.

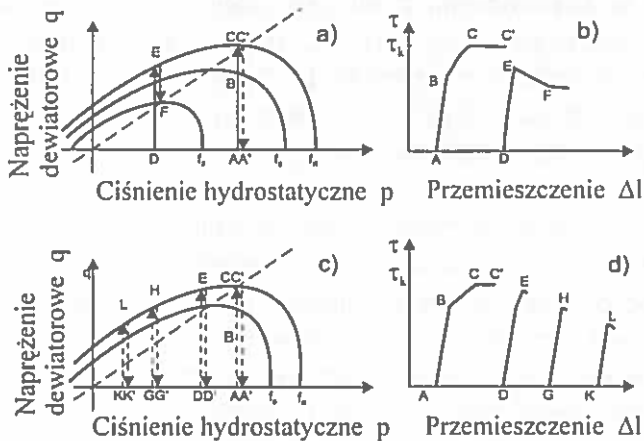
## METODYKA I APARATURA

Badania prowadzono w aparacie bezpośredniego ścinania przystosowanym do procedury pomiarowej zgodnej z normą ISO [2]. W trakcie testów mierzono siłę styczną przekazywaną do nieruchomej, górnej części komory przez przesuwaną w prowadnicy dolną część komory pomiarowej (Rys. 1). Cylindryczna komora pomiarowa o średnicy 60 mm i wysokości 25 mm pozwalała na badanie próbek materiałów sypkich o średnicy cząstek nie przekraczającej 1,5 mm. Dno komory i powierzchnia pokrywy stykająca się z badanym materiałem były szorstkie, zaś ściany boczne gładkie. Prędkość przesuwu komory wynosiła  $0,033 \text{ mms}^{-1}$ . Aparat był wyposażony w elektryczny i ręczny przesuw komory ścinania oraz komputerową rejestrację siły normalnej i stycznej. Siłę normalną uzyskiwano poprzez obciążenie grawitacyjne. Pokrywa aparatu przystosowana była do wykonywania standardowych obrotów konsolidujących próbkę [2].



Rys. 1. Schemat aparatu bezpośredniego ścinania

Fig. 1. Schematic diagram of the shear cell



Rys. 2. Klasyczna procedura Jenike'go oraz procedura wielokrotnego ścinania [6].

Fig. 2. Jenike's method and the method of multiplex shearing [6].

Bazując na procedurze przeprowadzania testu bezpośredniego ścinania zaproponowanej przez Jenike'go [3] oraz jej późniejszych modyfikacjach uznano, że w przypadku sypkich surowców spożywczych można zastosować metodę wielokrotnego ścinania zaproponowaną przez Mroza i in. [6]. Istotę pomiaru i interpretację klasycznej procedury pomiarowej Jenike'go oraz jej modyfikację przedstawiono na Rys. 2 [6]. W procedurze Jenike'go można wyróżnić trzy fazy (Rys.2a, b):

- 1) konsolidacja pod działaniem naprężenia normalnego,
- 2) konsolidacja materiału przez ścinanie przy tej samej wartości naprężenia normalnego ( $p$ . A, B, C, C'), aż do uzyskania stanu krytycznego, oraz
- 3) odciążenie i właściwe ścinanie przy niższym naprężeniu normalnym ( $p$ . D, E, F).

Zgodnie z tą procedurą jeden pomiar pozwala na wyznaczenie tylko dwóch punktów C i E należących do tego samego warunku plastyczności. Do określenia kolejnych punktów warunku plastyczności należy dla każdego z nich powtórzyć całą procedurę (faza 1 i 2) przy tej samej wartości naprężenia konsolidującego, lecz innej wartości naprężenia normalnego podczas właściwego ścinania (faza 3).

Zaproponowana przez Mroza i in. [6] procedura zachowuje wszystkie zalety metodyki Jenike'go umożliwiając równocześnie wyznaczenie wielu punktów warunku plastyczności podczas jednego pomiaru (Rys. 2c, d). Polega ona na doprowadzeniu próbki najkrótszą możliwą drogą do stanu krytycznego ( $p$ . C), w trakcie którego ustala się krytyczna gęstość materiału w obszarze ścinania,

a następnie na kilkukrotnym, chwilowym dochodzeniu do wybranych punktów warunku plastyczności (p. E, H, L), przy coraz mniejszym naprężeniu normalnym. Procedura ta pozwala na wyznaczenie przybliżonego kształtu warunku plastyczności, efektywnego kąta tarcia wewnętrznego  $\varphi_e$  oraz wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_c$ .

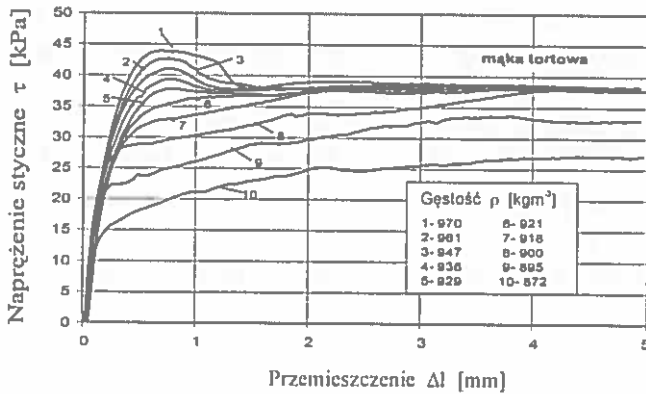
W przeprowadzonych pomiarach w celu maksymalnego skrócenia drogi dochodzenia do stanu krytycznego zastosowano wstępną konsolidację próbki poprzez standardowe obracanie pokrywy komory pomiarowej w sposób zalecany przez normę ISO [2]. Następnie kontynuowano test zgodnie z procedurą Mroza i in. [6]. Pomiarzy przeprowadzano dla czterech wartości naprężenia normalnego  $\sigma_n$ , podczas konsolidacji w przedziale od 60 do 350 kPa. Całkowite odkształcenie próbki podczas wielokrotnego ścinania nie przekraczało 5%. Pomiarzy przeprowadzono w pomieszczeniu o stałej temperaturze 20°C i wilgotności względnej powietrza 65%. Każdy pomiar wykonano w trzech powtórzeniach.

#### MATERIAL

Pomiary przeprowadzono dla standardowej mąki pszennej o nazwie handlowej tortowa puszysta i symbolu 450, cukru pudru o standardzie handlowym oraz kaszy manny. Wilgotność określona zgodnie z przyjętą dla tych materiałów metodyką wynosiła w przypadku mąki 11,3%, cukru pudru 2% i kaszy manny 10,5%.

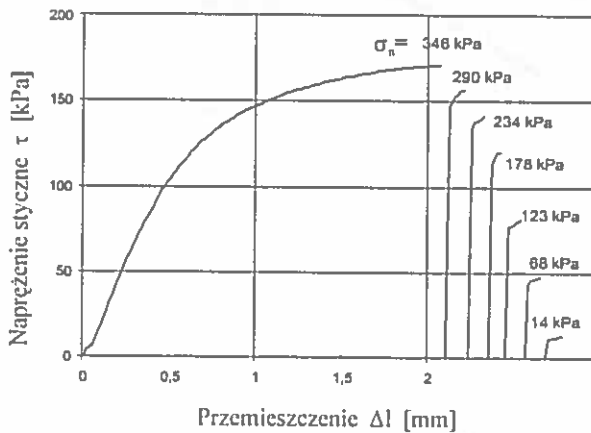
#### WYNIKI BADAŃ

W fazie wstępnej badań przeanalizowano szczegółowo wpływ początkowego zagęszczenia próbki materiału i sposobu dochodzenia do stanu krytycznego na przebieg procesu ścinania przy ustalonych wartościach pozostałych parametrów. Rysunek 3 przedstawia przykładowe wykresy przebiegu naprężenia stycznego  $\tau$  w funkcji przemieszczenia  $\Delta l$  dla mąki tortowej o różnym stopniu zagęszczenia, przy naprężeniu normalnym  $\sigma_n=64,6$  kPa. Porównanie przebiegów poszczególnych krzywych wskazuje, że powyżej pewnej gęstości materiału wszystkie próbki dochodzą do tej samej wartości naprężenia stycznego podczas ustalonego płynięcia. Różnica występuje jedynie w wielkości przemieszczenia niezbędnego do osiągnięcia stanu ustalonego płynięcia. Podobne przebiegi naprężenia stycznego w funkcji przemieszczenia uzyskano dla cukru pudru i kaszy manny.



Rys. 3. Przebiegi naprężenia stycznego w funkcji przemieszczenia dla próbek mąki tortowej o różnym stopniu konsolidacji.

Fig. 3. Shear stress as a function of the displacement for wheat flour samples of different consolidation.

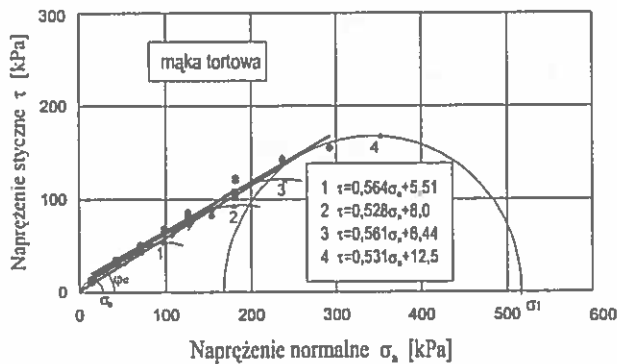


Rys. 4. Przykładowe przebiegi testu wielokrotnego ścinania mąki tortowej.

Fig. 4. Behaviour of wheat flour during multiplex shearing test.

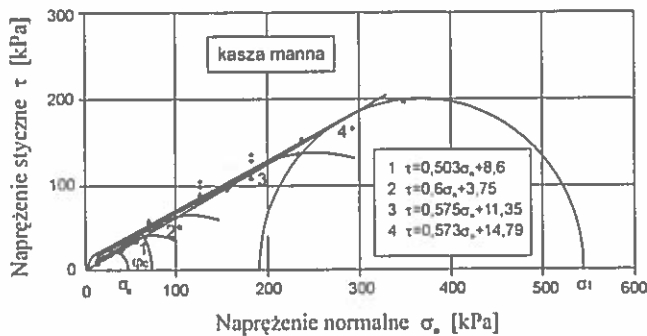
Rysunek 4 przedstawia przykładowe przebiegi wielokrotnego ścinania próbki mąki tortowej wykonane zgodnie z przyjętą procedurą pomiaru. Punkty należące do obwiedni do kół Mohra reprezentujących warunek plastyczności badanych materiałów dla kolejnych wartości naprężenia konsolidującego przedstawiono na rysunkach 5, 6 i 7. Zależność naprężenia stycznego  $\tau$  od normalnego  $\sigma_n$ , reprezentującą warunek plastyczności aproksymowano prostą. Parametry aproksymacji zamieszczono na rysunkach. Z aproksymacji wyłączono punkt odpowiadający

ustalonemu płynięciu (oznaczony symbolem \*), ze względu na fakt, że proces ścinania był zatrzymywany tuż (ok. 5%) przed osiągnięciem stanu ustalonego. Ponieważ gęstość materiału była taka sama dla wszystkich punktów pomiarowych, zatem punkt odpowiadający ustalonemu płynięciu leży również na kole Mohra stycznym do warunku plastyczności [6]. Uzyskane przebiegi doświadczalne wskazują, że punkt reprezentujący ustalone płynięcie leży wyraźnie poniżej warunku plastyczności. Wyznaczony warunek plastyczności obowiązuje jedynie do punktu styczności z kołem Mohra reprezentującym ustalone płynięcie.



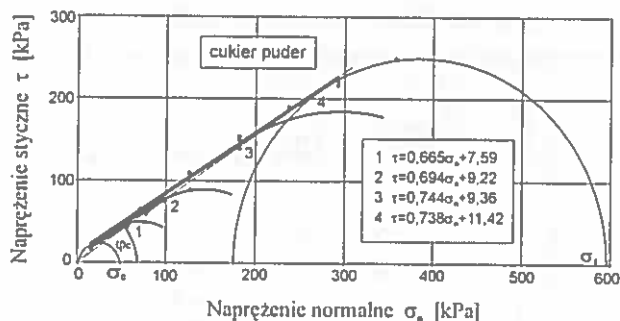
Rys. 5. Warunek plastyczności wyznaczony dla mąki tortowej przy czterech różnych wartościach naprężenia konsolidującego.

Fig. 5. Yield locus of wheat determined for four values of the consolidation pressure.



Rys. 6. Warunek plastyczności wyznaczony dla kaszy manny przy czterech różnych wartościach naprężenia konsolidującego.

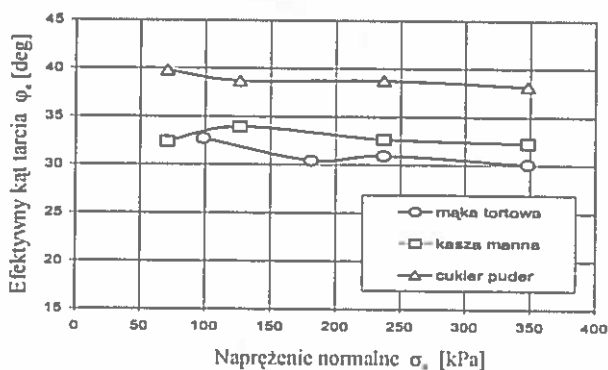
Fig. 6. Yield locus of semolina determined for four values of the consolidation pressure.



Rys. 7. Warunek plastyczności wyznaczony dla cukru pudru przy czterech różnych wartościach naprężenia konsolidującego.

Fig. 7. Yield locus of sugar determined for four values of the consolidation pressure.

Z uzyskanych aproksymacji warunku plastyczności wyznaczono zakresy zmian kąta tarcia wewnętrznego. Efektywny kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_c$  nieznacznie malął ze wzrostem naprężenia normalnego: dla mąki  $32,7^\circ$ - $30,1^\circ$ , dla kaszy  $32,4^\circ$ - $32,3^\circ$  oraz dla cukru  $39,8^\circ$ - $38,2^\circ$  (Rys. 8).

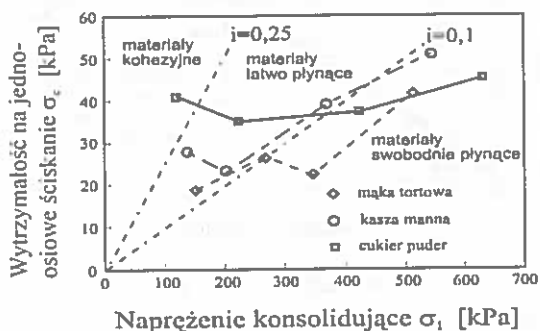


Rys. 8. Zależność efektywnego kąta tarcia wewnętrznego od naprężenia normalnego.

Fig. 8. Effective angle of internal friction versus normal stress.

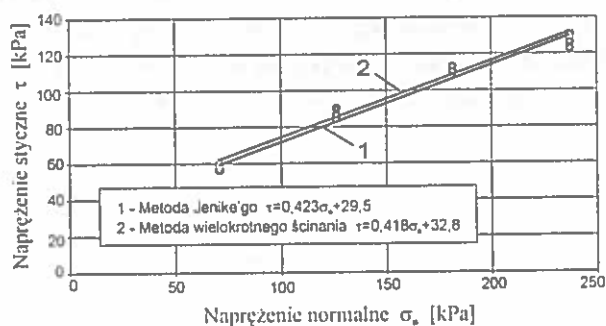
W oparciu o liniową aproksymację warunku plastyczności wyznaczono funkcję płynięcia. Rysunek 9 przedstawia uzyskane funkcje płynięcia badanych materiałów czyli zależności wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie  $\sigma_c$  od największego naprężenia głównego  $\sigma_1$  - naprężenia konsolidującego [3]. Indeks płynięcia  $i$ , czyli tangens kąta nachylenia funkcji płynięcia, w rozważanym przedziale naprężenia konsolidującego zmienił się w następujących zakresach: dla

mąki tortowej 0,12–0,08; dla kaszy manny 0,2–0,08 i dla cukru pudru 0,34–0,07, co klasyfikuje te materiały jako swobodnie i łatwo płynące [7].



Rys. 9. Przebieg funkcji płynięcia.

Fig. 9. Flow function.



Rys. 10. Porównanie wyników uzyskanych procedurą wielokrotnego ścinania i procedurą Jenike'go.  
Fig. 10. Comparison of results obtained with the method of multiplex shearing and Jenike's method.

## DYSKUSJA

W przypadku sypkich surowców spożywczych charakteryzujących się dużą podatnością na zageszczanie oraz dużą odkształcalnością ziaren ośrodka ścicie materiału uzyskuje się na stosunkowo długiej drodze, co utrudnia wyznaczenie parametrów plastycznego płynięcia. Zastosowanie w przeprowadzonych badaniach dwóch etapów konsolidacji, poprzez standardowe obroty pokrywy próbki oraz wstępne ścinanie znacznie skraca drogę dojścia do stanu granicznego. Pomimo tych usprawnień wyznaczenie rodziny warunków plastyczności wymaga dużego doświadczenia badacza. Metoda zakłada bowiem niezmienną gęstość materiału w obszarze ścinania podczas kilkukrotnego dochodzenia stanu



naprężenia do warunku plastyczności w tej samej próbce. Założenie to jest bliskie spełnienia jeżeli proces zostanie zatrzymany minimalnie przed osiągnięciem maksimum naprężenia stycznego. Choć założenia tego nie można w pełni zrealizować, to jednak w przeprowadzonych badaniach rozrzut wartości pomiarowych wynikający z rozluźnienia struktury próbki spowodowanego opóźnionym zatrzymaniem przemieszczenia komory pomiarowej nie był większy niż rozrzut spowodowany niepewnością przygotowania próbek w klasycznej procedurze Jenike'go (Rys. 10).

### WNIOSKI

1. Zastosowana procedura wielokrotnego ścinania daje dużą powtarzalność pomiarów ze względu na znikome zmiany gęstości materiału zapewnione krótką drogą ścinania, które jest przerywane natychmiast po dojściu do maksimum naprężenia stycznego. Procedura umożliwia wykonanie od 4 do 7 ścięć tej samej próbki przy coraz mniejszych wartościach naprężenia normalnego. Dzięki temu zmniejsza się znacznie pracochłonność testu w porównaniu do klasycznej procedury Jenike'go.
2. W przedziale naprężenia konsolidującego od 80 do 350 kPa efektywny kąt tarcia wewnętrznego  $\varphi_c$  nieznacznie malał ze wzrostem naprężenia normalnego i wynosił: dla mąki od 32,7° do 30,1°, dla kaszy manny od 32,4° do 32,3° i dla cukru pudru od 39,8° do 38,2°.
3. Indeks pływnięcia badanych materiałów malał ze wzrostem naprężenia konsolidującego  $\sigma_1$  w granicach od 0,34 do 0,07.

### PIŚMIENNICTWO

1. **Drescher A.**: Metody obliczeń paré i przepływu materiałów ziarnistych w zbiornikach. PWN, Warszawa-Poznań, 1983.
2. **ISO 11697**: Bases for design of structures – Loads due to bulk materials. Annex A. Test methods. 1995 (E).
3. **Jenike A.W.**: Storage and flow of solids. Bull. 123, Eng. Expt. Sta., Utah State Univ., 1964.
4. **Molenda M., Horabik J., Grochowicz M., Szot B.**: Tarcie ziarna pszenicy. Acta Agrophysica nr 4, 1995.
5. **Molerus O.**: Theory of yield of cohesive powders. Powder Technol., 12, 259-275, 1975.
6. **Mróz Z., Drescher A., Hueckel T.**: Doskonalenie metod badania parametrów pływnięcia materiałów ziarnistych. Prace IPPT, nr 54, 1973.

7. Teunou E., Vasseur J. Krawczyk M.: Measurement and interpretation of bulk solids angle of repose for industrial process design. *Powder Handling & Processing*, Vol. 7(3), 219-227, 1995.

## DETERMINATION OF YIELDING PARAMETERS OF FOOD GRANULAR MATERIALS

*J. Horabik, M. Grochowicz*

Institute of Agrophysics, Polish Academy of Sciences, Doświadczalna 4, 20-290 Lublin 27

e-mail: jhorabik@demeter.ipan.lublin.pl

**Summary:** In the paper an attempt of determination of the yield locus for easy compactable food powders was undertaken. Experiments were performed in the Jenike shear cell. The procedure of multiplex shearing allowed to perform from 4 to 7 shearings of the same sample with decreasing normal load in each next pull. This method allows to reduce labour consumption as compared to standard Jenike's method. In this paper the influence of the normal loading on the yield locus, the effective angle of internal friction and the flow function was determined for wheat flour, semolina and sugar.

**Keywords:** plant granular solids, yield locus, angle of internal friction.