**Instytut Agrofizyki
im. Bohdana Dobrzańskiego PAN
w Lublinie**

ACTA AGROPHYSICA

12

Marek Molenda

WPŁYW STRUKTURY ZŁOŻA NASION NA STAN NAPRĘŻENIA

Rozprawa habilitacyjna

Lublin 1998

Komitet redakcyjny
prof. dr hab. Jan Gliński, czł. koresp. PAN
doc. dr hab. Krystyna Konstankiewicz
doc. dr hab. Ryszard Dębicki

Opiniował do druku
prof. dr hab. Zbigniew Ślipek

Adres redakcji
Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN
ul. Doświadczalna 4, P.O. Box 201, 20-290 Lublin 27
tel. (0-81) 744-50-61

Publikacja indeksowana przez
POLISH SCIENTIFIC JOURNALS CONTENTS - AGRIC. & BIOL. SCI.
w sieci INTERNET pod adresem http://saturn.ci.uw.edu.pl/psjc/
lub http://ciuw.warman.net.pl/alf/psjc/

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego nr 5 PO6F 024 10
finansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 1996 - 1998

© Copyright by Instytut Agrofizyki im. Bohdana Dobrzańskiego PAN, Lublin 1998

ISBN 83-87385-09-3
ISSN 1234-4125

Wydanie I. Nakład 100 egz.
Ark. wyd. 5,8. Ark. druk. 7,9.
Skład komputerowy: Irena Kulawiak
Druk: "Tekst", ul. 1 Maja 51, 20-410 Lublin

Acta Agrophysica Nr 12

Ważniejsze błędy dostrzeżone w druku

Strona	Jest	Powinno być
1^{7}	porowatoćś	porowatość
7_{8}	następuje wzmacniają	wzmacniają
18_{6}	$\phi = \sigma tg\theta$	$\tau = \sigma tg\theta$
19_{10}	$= CO_1/O_1 =$	$= CO_1/OO_1 =$
19_{8}	$\sigma/\sigma_z =$	$\sigma_x/\sigma_z =$
22^{6}	$\tau_t = \tau_n tg\phi$	$\tau_t = \sigma_n tg\phi$
31^{9}	przed obciążeniem i obciążonego.	przed obciążeniem.
Rys 18	$\sigma_x + \Delta\sigma_x$	$\sigma_z + \Delta\sigma_z$
38_{1}	ścinania i trójosiowego ściskania	ścinania -x i trójosiowego ściskania -o
55^{5}	o polu U_{wr}	o obwodzie U_{wr}
55^{6}	o polu U_{zr}	o obwodzie U_{zr}
55_{4}	$= \rho g =$	$- \rho g =$
63^{1}	$(abc)^{-3}$	$(abc)^{1/3}$
73_{11}	$(\sigma_z(r))$	$(\sigma_z(r) = const.)$
89_{10}	rys.33	rys. 32
105_{5}	τ	σ_t

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń

1. Wprowadzenie 5

1.1. Cel i zakres prac 6

2. Charakterystyka materiałów ziarnistych 11

2.1 Rozmiar i kształt cząstek 11

2.2 Gęstość usypna i porowatoćś 11

2.3 Liczba koordynacyjna 13

2.4 Kąt tarcia wewnętrznego, kąt naturalnego usypu 14

2.5 Iloraz naprężeń w spoczynku, iloraz naporu 16

2.6 Równanie Janssena 23

2.7 Kąt tarcia wzajemnego 25

2.8 Ośrodek sypki złożony z ziarna lub nasion 26

3. Naprężenie jako złożenie sił międzyziarnowych 28

3.1 Struktura geometryczna ośrodka sypkiego 28

3.2 Anizotropia warstwy 31

3.3 Opis mikrostrukturalny ośrodka sypkiego 40

4. Aparatura i metoda 45

4.1. Wybrane metody wyznaczania naporu materiału sypkiego 45

4.2. Stanowisko pomiarowe 50

4.3. Sposób wyznaczania badanych parametrów 53

4.4. Sposoby napełniania zbiornika 58

4.5. Program badań 62

4.6. Materiał 44

5. Wpływ właściwości mechanicznych i struktury upakowania na rozkład naprężeń w warstwie nasion 64

5.1. Kąt tarcia wewnętrznego i kąt tarcia o ścianę 64

5.2. Wilgotność ziarna 68
5.3. Struktura geometryczna - metoda napełniania 72
5.4. Średnica równoważna cząstki 83
5.5. Kształt cząstki 85
5.6. Energia sprężysta cząstek 86
6. Naprężenia ścinające w warstwie przyściennej 87
6.1. Deformacja materiału sypkiego pod wpływem ścinania 87
6.2. Wpływ pionowego obciążenia ściany na rozkład naporu i naprężenia stycznego 93
7. Wpływ struktury złoża na iloraz naporu 99
7.1 Metoda napełniania i gatunek nasion 99
7.2 Napór pionowy 103
7.3 Wybrane oszacowania teoretyczne ilorazu naporu 106
8. Podsumowanie i wnioski 111
9. Literatura 118

Wykaz ważniejszych oznaczeń

d_r - średnica równoważna cząstki, mm

e - wskaźnik porowatości

g - przyśpieszenie ziemskie, m/s^2

k_0 - iloraz naprężeń (lub naporu) w stanie spoczynku

k_a, k_p - iloraz naprężeń (lub naporu) poziomego i pionowego materiału sypkiego (stała Janssena) w czynnym i biernym stanie Rankine'a

n - porowatość, %

x, y, z - współrzędne układu kartezjańskiego

A - pole powierzchni przekroju poziomego złoża, m^2

D - średnica zbiornika, m

H - wysokość złoża w zbiorniku, m

L - długość obwodu zbiornika, m

N - liczba cząstek w rozważanym regionie materiału

N_t - liczba koordynacyjna

V - objętość złoża, m^3

ϕ_w - kąt tarcia materiału sypkiego o ścianę, ^{o}

$\mu = \mathrm{tg}\,\phi_w$ - współczynnik tarcia o ścianę

ϕ - kąt tarcia wewnętrznego, ^{o}

ρ - gęstość materiału sypkiego (wraz z porami), kg/m^3

ρ_m - gęstość materiału cząstek, kg/m^3

σ - naprężenie (także napór) normalne (ściskające), Pa

σ_{ij} - tensor naprężenia

σ_x - naprężenie normalne w kierunku poziomym-x, Pa

σ_z - naprężenie normalne i napór normalny w kierunku pionowym - z, Pa

σ_1, σ_2, σ_3 - naprężenia główne ($\sigma_1 > \sigma_2, > \sigma_3$) , Pa

σ_n - napór normalny do ściany zbiornika, Pa

σ_z - napór normalny w kierunku pionowym, Pa

τ - naprężenie styczne (ścinające), Pa

τ_t - napór styczny na ścianie, Pa

1. Wprowadzenie

Wiedza o materiale sypkim pochodzi z różnych dziedzin nauki, a jej rozwój podyktowany był potrzebami takich obszarów działalności człowieka jak budownictwo, czy rolnictwo. Materiały sypkie są medium związanym z wieloma operacjami technologicznymi w rolnictwie, przemysłach: przetwórczym, chemicznym, ceramicznym, surowców mineralnych, farmaceutycznym, kosmetycznym, metalurgii, kopalnictwie i geomechanice. W rolnictwie i przemyśle przetwórczym produktów rolnych materiały sypkie występują jako: ziarno i nasiona, nawozy, herbicydy, piaski i gleby, żywność (np. cukier, mąka, sól) i pasze. Opracowanie efektywnych metod projektowania procesów technologicznych wymaga dokładnego zrozumienia właściwości materiałów sypkich oraz mechanizmów przenoszenia sił w ośrodku. Rosnący udział materiałów sypkich w procesach przetwarzania spowodował w ostatnich dwudziestu latach zwiększone zainteresowanie badaniem ich mechaniki. Opublikowano wiele ważnych prac eksperymentalnych i teoretycznych. W Polsce szczególnie wiele badań dotyczących projektowania silosów na materiały sypkie prowadzono na Politechnice Wrocławskiej w zespole założonym przez prof. A. Mitzla. Wyniki prac zespołu opisali w obszernych monografiach Kamiński (1986) i Borcz (1987). Badania ośrodków sypkich prowadzone w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki reprezentują prace teoretyczne Z. Mroza i współautorów. W zakresie analitycznych metod analizy obciążeń silosów należy wymienić monografie Dreschera (1983, 1991). Wyniki badań polskich autorów prezentowane są na cyklicznie organizowanych konferencjach dotyczących projektowania silosów (Wrocław, 1992; Kraków, 1995). Wyniki badań wskazują, że wartości i rozkłady naporu zależą od wielu czynników związanych m. in. z cechami ośrodka sypkiego. Obecnie wpływ wielu z tych parametrów jest pomijany w obliczeniach konstrukcyjnych, co niekiedy powoduje awarie konstrukcji silosów (Kamiński, 1986).

Ze względu na specyficzne zastosowania i właściwości materiałów sypkich pochodzenia roślinnego w wielu placówkach naukowych zajmujących się Inżynierią Rolniczą

powołano specjalistyczne zespoły badawcze. Również Instytut Agrofizyki PAN w Lublinie od kilku lat bada reakcje roślinnych materiałów sypkich na obciążenia mechaniczne. Inspiracją dla podjęcia omawianych w tym opracowaniu badań były wskazania literatury, że mechaniczne zachowanie się materiału sypkiego zależy od struktury geometrycznej złoża, zaś materiały pochodzenia roślinnego przejawiają specyficzne, odmienne od materiałów mineralnych, właściwości mechaniczne. Niniejsze opracowanie stanowi omówienie zagadnień roli właściwości nasion i struktury warstwy w przenoszeniu naprężeń w złożu, oraz w rozkładzie naporu wywieranego na model silosu. Główny nacisk położono na wyniki prac eksperymentalnych autora prowadzonych w latach 1990 - 1996.

1.1. Cel i zakres pracy

W różnych regionach objętości materiału sypkiego może panować różny stan naprężeń. Stwarza to zasadniczą trudność opisu teoretycznego. Rozwiązywanie równań równowagi też niesie wiele trudności, nawet w przypadku izotropowego ośrodka sprężystego, i zwykle przeprowadza się je dla najprostszych przypadków. Uwzględnienie anizotropii właściwości mechanicznych trudności te potęguje. Istnieją efektywne charakterystyki mechaniczne w formie modeli matematycznych dla stanu plastycznego płynięcia ośrodka sypkiego. Mechanika materiałów sypkich nie dysponuje jednak dotychczas niekwestionowanym opisem zależności naprężenie - odkształcenie dla warunków poniżej stanu granicznego. Pozostaje wiele zagadnień, które nie zostały jeszcze w pełni wyjaśnione. Osiągnięcie postępu w teorii wymaga bliższego eksperymentalnego rozpoznania mechanizmów przenoszenia sił między cząstkami tworzącymi ośrodek.

Także w badaniach eksperymentalnych pozostaje wiele trudności metodycznych i niejasności interpretacji wyników. Często, na przykład, obserwowano nieoczekiwane różnice wartości mierzonych naprężeń w obszarach, gdzie teoretycznie nie powinny występować. Ich przyczyną może być niedoskonałość przetwornika pomiarowego, jak,

równie dobrze, anizotropia materiału. Nie przedstawiono dotychczas także bezspornego obrazu deformacji materiału sypkiego. Wciąż pozostaje przedmiotem kontrowersji względny udział przesunięć i obrotów cząstek w zależności od wielkości obciążenia i zaawansowania odkształcenia. Nie została do końca wyjaśniona kwestia wymiaru, a zwłaszcza orientacji stref ścinania.

Problemy w standaryzacji metod projektowania mają swe źródło, przede wszystkim w braku pełnego zrozumienia wzajemnych oddziaływań cząstek oraz materiału sypkiego z elementami konstrukcyjnymi urządzeń. Niepełna jest wiedza o czynnikach kształtujących wartość ilorazu naporu. Brak również zgody co do sposobu teoretycznego oszacowania wartości tego parametru.

Materiał sypki pochodzenia biologicznego stwarza dodatkowe komplikacje w eksperymentach i opisie wynikające z jego specyficznych cech. Nasiona pokryte są woskowatą substancją organiczną - kutyną, która w procesie przepływu przenosi się na ścianę zbiornika i modyfikuje tarcie. W praktyce oznacza to zmienność obciążeń silosu w czasie jego użytkowania. Właściwości materiału silnie zależą od wilgotności. W niesprzyjających warunkach przechowywania zachodzą procesy biochemiczne obniżające jego wartość użytkową, a z punktu widzenia mechaniki zmieniające jego właściwości. W wyniku konsolidacji czasowej materiału pod ciężarem wyżej położonych warstw złoża może następować jego zestalenie utrudniające, lub uniemożliwiające rozładunek silosu. Nierównomierność rozkładu naporu pionowego może wytwarzać zmienność stopnia konsolidacji czasowej w przekroju poziomym złoża. W konsekwencji następuje wzmacniają się skutki anizotropii właściwości ośrodka.

Autor niniejszego opracowania podjął badania eksperymentalne z zamiarem uściślenia, bądź uzupełnienia informacji w kwestii niejasności napotkanych w dotychczasowej pracy. W szczególności badaniami objęto: konsekwencje anizotropii złoża, znaczenie właściwości cząstek dla właściwości ośrodka, rolę odkształcalności cząstek oraz efekty związane z historią obciążenia. Obiektem badań pozostał roślinny ośrodek sypki - ziarno i nasiona. Badania ośrodka sypkiego złożonego z nasion wybranych

gatunków roślin dają możliwość rozpoznania wpływu parametrów geometrycznych cząstek na stan naprężeń. Wielkość, kształt i właściwości cząstek w ramach gatunku różnią się nieznacznie w porównaniu do składu granulometrycznego materiałów mineralnych. Znaczna odmienność budowy nasion różnych gatunków daje dużą swobodę doboru typu materiału. Wyniki badań mogą wnieść nowe informacje o przyczynach odmienności zachowania się różnych materiałów sypkich w identycznych warunkach obciążenia.

Celem opracowania jest rozpoznanie wpływu właściwości cząstek i struktury geometrycznej warstwy na przenoszenie obciążeń w ośrodku i stan naprężenia.

Zamierzony cel realizowano w następujących etapach:

- przedstawienie i usystematyzowanie informacji o wpływie mikrostruktury ośrodka sypkiego na jego właściwości mechaniczne,
- opracowanie metody pomiarowej rozkładu naprężeń,
- rozpoznanie wpływu metody formowania złoża i wybranych parametrów nasion na zmienność naporu na dno i naprężeń stycznych w materiale,
- zbadanie deformacji w warstwie przyściennej i wyznaczenie jej zasięgu,
- zbadanie zakresu zmienności ilorazu naporu w zależności od metody napełniania zbiornika, właściwości nasion i historii obciążenia złoża.

Pracę podzielono na 8 rozdziałów. Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do pracy. Rozdziały 2 i 3 zawierają niezbędne do analizy własnych prac autora objaśnienia, definicje i modele materiału wybrane z literatury przedmiotu. Rozdziały od 4 do 8 zawierają przede wszystkim wyniki badań własnych.

W rozdziale 2 wprowadzono pojęcie materiału sypkiego i przedstawiono jego charakterystykę w kategoriach parametrów ugruntowanych tradycją i praktyką projektową różnych gałęzi inżynierii. Obrazuje on rozwój wiedzy o właściwościach materiałów sypkich. Najpierw rozważano rozmiar, kształt i rozkład granulometryczny, później pojawiają

się porowatość, właściwości powierzchniowe i właściwości cierne, wreszcie opis materiału wymaga wprowadzenia licznych parametrów wytrzymałościowych.

W rozdziale 3 przedstawiono mikrostrukturalne ujęcie mechaniki materiałów sypkich. Prowadzone od lat siedemdziesiątych badania eksperymentalne wskazywały, że właściwości materiału sypkiego zależą od właściwości indywidualnych cząstek oraz od struktury złoża. Przedstawiono opisane w literaturze próby sformułowania modelu materiału na podstawie jego mikrostruktury. Modele mikromechaniczne traktują każdą cząstkę materiału jako osobny obiekt i wywodzą reakcję materiału na obciążenie ze złożenia sił międzycząskowych.

Zaprezentowano również wyniki badań własnych, wskazujących zakres zmienności kąta tarcia wewnętrznego ziarna zbóż i nasion rzepaku w zależności od struktury upakowania próbki.

W rozdziale 4 przedstawiono opis opracowanej dla potrzeb tej pracy metody pomiarowej, poprzedzony krótkim przeglądem metod dotychczas stosowanych. Rozpoznanie znaczenia struktury złoża dla przenoszenia obciążeń wskazało na potrzebę pomiarów wielkości mechanicznych we wnętrzu materiału. Dodatkowym czynnikiem, skłaniającym do uwzględnienia w rozważaniach struktury, była często doświadczana przez eksperymentatorów słaba powtarzalność wyników. Jej przyczyną były m.in. różnice w budowie geometrycznej próbki spowodowane niepowtarzalnością sposobu jej formowania. Po analizie metod stosowanych przez różnych eksperymentatorów zdecydowano badać rozkład naprężeń w cylindrycznym wycinku warstwy materiału. Próbka ograniczona jest cylindryczną ścianą i dwoma kołowymi płytami - górną i dolną. Każda płyta składa się z pięciu koncentrycznych pierścieni o równym polu powierzchni. Każdy pierścień oparty jest na trzech przetwornikach siły. Cylindryczna ściana oparta jest na trzech przetwornikach siły, zaś cztery przetworniki siły łączą jej połowy, umożliwiając wyznaczenie średniego naporu normalnego. Stanowisko pomiarowe jest w pełni zautomatyzowane i umożliwia zapis odczytów danych z trzydziestu siedmiu przetworników siły, rozmieszczonych na elementach konstrukcyjnych modelu zbiornika magazynowego.

Rozdział 5 poświęcono badaniom rozkładu naporu pionowego na dno zbiornika $\sigma_z(r)$ oraz rozkładu średnich naprężeń stycznych $\tau(r)$ w warstwie nasion. Użyto nasion pięciu gatunków roślin o dużym zróżnicowaniu wymiarów i właściwościach mechanicznych. Złoża o różnej strukturze przestrzennego upakowania cząstek otrzymywano dzięki napełnianiu zbiornika czterema sposobami. Wpływ tarcia na ścianie uwzględniono przez zastosowanie zbiorników o ścianie gładkiej i szorstkiej. Omówiono wyniki przedstawione w literaturze oraz wyniki badań własnych.

Rozdział 6 opisuje zagadnienie deformacji w warstwie przyściennej. Właściwości ośrodka tworzącego warstwę przyścienną decydują o statycznych i dynamicznych obciążeniach silosu, rodzaju przepływu przy opróżnianiu, czy o tempie zużycia materiału ściany. Ich znajomość jest również niezbędna dla obliczeń konstrukcyjnych metodą elementów skończonych. W badaniach własnych wytwarzano stan modelujący rozpoczęcie ruchu ośrodka względem ściany zbiornika przez jej pionowe obciążanie, aż do wystąpienia poślizgu.

W rozdziale 7 przedstawiono rezultaty zastosowania skonstruowanej aparatury do równoczesnego wyznaczenia ilorazu naporu poziomego i pionowego - k oraz współczynnika tarcia o ścianę - μ. Znajomość tych parametrów ma kluczowe znaczenie dla optymalnego projektowania zbiorników magazynowych. Dlatego od lat prowadzone są badania metod ich wyznaczania, jak też zakresów i przyczyn zmienności wyników. Otrzymane wyniki eksperymentalne porównano z kilkoma szerzej stosowanymi oszacowaniami teoretycznymi ilorazu naporu. Wyniki badań potwierdziły wpływ rozmiaru ziaren i metody formowania próbki na mierzone w stanie statycznym i dynamicznym wartości współczynnika tarcia o ścianę i ilorazu naporu.

Pracę zamyka rozdział 8 zawierający podsumowanie badań i wyprowadzone z nich wnioski.

2. Charakterystyka materiałów ziarnistych

2.1. Rozmiar i kształt cząstek

Materiał ziarnisty to zbiór indywidualnych cząstek stałych pozostających we wzajemnym kontakcie, przy czym przestrzenie między cząstkami wypełnione są gazem lub cieczą (Feda, 1977). Właściwości materiału ziarnistego zależą m.in. od rozmiarów i kształtu pojedynczych cząstek. Geometryczna charakterystyka układu wymaga klasyfikacji cząstek według wymiarów, pola powierzchni lub objętości. Stosowane są główne wymiary cząstek (długość, szerokość i grubość) definiowane jako wymiary regularnych brył opisanych albo wpisanych, czy też największy wymiar cząstki.

Długość statystyczna wyznaczana jest przez automatyczne skanowanie obrazu warstwy cząstek, kiedy przyjęły one losową orientacje na płaszczyźnie. W wyniku zmienności orientacji względem stałego kierunku pomiaru otrzymuje się rozkład długości statystycznej również dla zbioru identycznych cząstek niekulistych.

Inne miary geometryczne to objętość, pole powierzchni i pole powierzchni rzutu cząstki.

Pewne właściwości badanych cząstek można wyrazić w odniesieniu do *średnicy równoważnej* rozumianej jako średnica kuli o tych samych właściwościach. W zależności od porównywanych właściwości może to być kula o tej samej objętości, polu powierzchni, oporze przepływu czy intensywności rozpraszania światła.

W wielu zastosowaniach kształt cząstek ma zasadniczy wpływ na przebieg procesu. Na przykład przy separacji łuszczonych ziaren technologia opiera się na wykorzystaniu różnic kształtu, gęstości, szorstkości powierzchni i rozmiarów wydzielanych cząstek (Rumpf, 1990).

2.2. Gęstość usypna i porowatość

Gęstość ziaren ośrodka wyraża się jako iloraz ich masy m_z i objętości V_z. Gęstość usypna materiału sypkiego to iloraz masy próbki ośrodka m i jej całkowitej objętości V. Porowatość ośrodka określa się jako względny udział procentowy przestrzeni międzyziarnowych w całkowitej objętości próbki:

$$n = 100\frac{V - V_z}{V}\%.$$

Bywa również stosowany termin "gęstość upakowania", który określa udział fazy stałej odniesiony do objętości całego układu. Wielu autorów używa również wskaźnika porowatości (void ratio) wyrażanego jako: $e = (V - V_z)/V_z$. Porowatość decydująco wpływa na opory przepływu powietrza przez warstwę materiału i dlatego jest bardzo ważnym parametrem w procesach suszenia i przewietrzania materiałów sypkich. Także charakterystyki mechaniczne ośrodków sypkich zależą w istotnym stopniu od ich porowatości (Roscoe, 1970). Bliższe informacje o fluktuacji porowatości w sąsiedztwie ściany zbiornika przedstawili Benenati i Brosilow (1962). Ich badania eksperymentalne wykazały, że w miarę oddalania się od ściany porowatość zmienia się oscylacyjnie od najwyższej wartości przy ścianie, by ustabilizować się po przekroczeniu odległości około pięciu średnic kuli. Ridgway i Tarbuck (1968) otrzymali podobny przebieg w wyniku obliczeń teoretycznych. Ściany ograniczające próbkę wpływają również na rozkład kątowy porowatości materiału, mierzony w przekroju poziomym. Müeller (1993) wykazał, że jeśli stosunek średnicy zbiornika do średnicy kuli przekroczy wartość 6, to średnia porowatość kątowa praktycznie zrównuje się z porowatością ogólną materiału. Oznacza to, że ściana wpływa silniej na rozkład promieniowy porowatości niż na jej rozkład kątowy. Praktycznie przyj-muje się, że oddziaływania ściany stają się pomijalnie małe po przekroczeniu wartości 10 ilorazu średnic D/d.

Wiedza o gęstości upakowania cząstek i związanej z nią porowatości materiału ziarnistego ma liczne zastosowania praktyczne. Literatura dotycząca tego zagadnienia jest bardzo bogata, a problem różnie ujmowany (szerszy opis i bibliografię dają np. Harr, 1977 i Rumpf, 1990).

2.3. Liczba koordynacyjna

Stabilność upakowania zależy od średniej liczby kontaktów przypadającej na jedną cząstkę - liczby koordynacyjnej N_t. Graton i Fraser (1935) badali różne upakowania kul o równych średnicach. Wyniki ich badań przedstawia tabela 2.1.

Tabela 2.1. Wartości wskaźnika porowatości e i liczby koordynacyjnej N_t w układzie kul o różnych średnicach

Upakowanie	Wsk. Porowatości, e	Liczba koordynacyjna N_t
Sześcienne	0,910	6
Ortorombiczne	0,654	8
Tetragonalne	0,433	10
Romboedryczne	0,350	12

Field (wg Oda, 1977) badał liczbę koordynacyjną w losowych układach okrągłych kamieni o różnych rozmiarach i zaproponował przybliżenie liczby koordynacyjnej (niezależnie od rozkładu rozmiarów cząstek) zależnością:

$$N_t = \frac{12}{1+e}.$$

W późniejszej literaturze można znaleźć wiele wzorów empirycznych opisujących zależność liczby koordynacyjnej od parametrów struktury upakowania. Oda (1977) przeprowadził badania zmienności liczby koordynacyjnej w szerokim zakresie zmienności wskaźnika porowatości e uwzględniając jego odchylenia od wartości średniej. Stwierdził, że w losowych układach kul o równych średnicach i w przedziale wskaźnika porowatości od 0,6 do 1,0 rozkład Gaussa wystarczająco dokładnie opisuje częstość liczby koordynacyjnej. Przy wzroście wskaźnika e od 0,612 do 2,205 średnia wartość liczby koordynacyjnej N_t stopniowo malała od 7,26 do 1,40. Goodling i Khader (1985) badali rozkład liczby koordynacyjnej w złożu utworzonym z cząstek kulistych. Rozkład obejmował przedział od 3 do 12, z przeważającą liczbą cząstek pozostających w kontakcie z 7, 8, 9 i dziesięcioma innymi. Średnia wartość liczby koordynacyjnej była równa 8,1. Rozkład liczby koordynacyjnej wzdłuż średnicy zbiornika był prawie stały, z wyjątkiem sąsiedztwa ściany gdzie jej wartość gwałtownie spadała. Autorzy proponują losowe

upakowania cząstek kulistych modelować jako regularne upakowania z liczbą koordynacyjną równą 8 i porowatością równą 0,39.

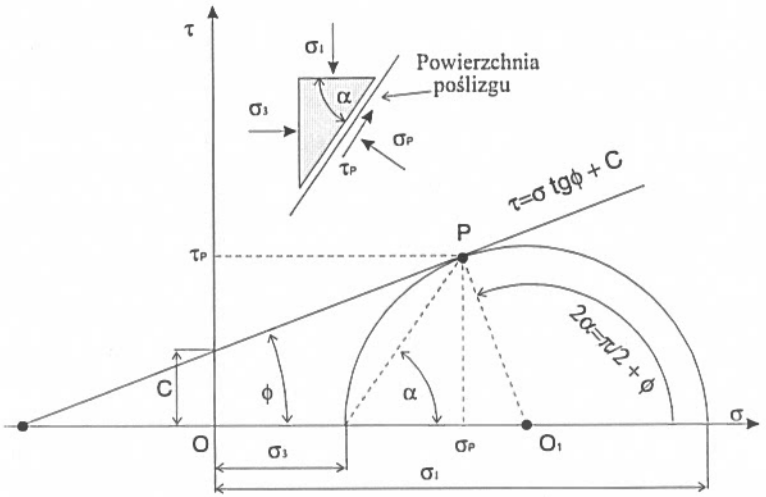
2.4. Kąt tarcia wewnętrznego - φ, kąt naturalnego usypu

Dotychczas nie sformułowano przydatnej do rozwiązywania problemów praktycznych zależności stanu naprężeń od odkształcenia w materiale sypkim. Stosowane w praktyce teorie zakładają występowanie w materiale stanu granicznego. Jednym z istotnych zagadnień staje się wyznaczenie w objętości materiału miejsc geometrycznych występowania stanu granicznego. Można tu wyróżnić dwa przypadki: a) utworzenie się powierzchni płynięcia oraz b) uplastycznienie (osiągnięcie stanu plastycznego) w większej objętości materiału. W praktycznych zastosowaniach najczęściej używany jest warunek stanu granicznego Coulomba - Mohra. Zgodnie z koncepcją Coulomba zniszczenie materiału następuje wtedy, kiedy naprężenie styczne w pewnym przekroju ośrodka przekroczy opór tarcia i kohezji między cząsteczkami materiału. Sformułowane w 1773 roku przez Coulomba prawo głosi, że wytrzymałość na ścinanie τ jest liniową funkcją naprężenia normalnego σ (np. Glazer, 1977):

$$\tau = \sigma \, tg\phi + C. \tag{2.1}$$

gdzie: φ - kąt tarcia wewnętrznego, C - kohezja.

Powierzchnia, na której naprężenie styczne spełnia warunek wyrażony równaniem (2.1) jest nazywana powierzchnią przełomu albo powierzchnią poślizgu. W ujęciu Coulomba kąt tarcia wewnętrznego φ i kohezja C są stałymi zależnymi jedynie od rodzaju materiału. Konsekwentnie kąt tarcia wewnętrznego jest kątem nachylenia prostej Coulomba względem osi σ, zaś kohezja C to maksymalne naprężenie ścinające τ przenoszone przez materiał przy braku obciążenia normalnego (rys. 1). Tangens kąta φ jest określany jako współczynnik tarcia wewnętrznego. Stan naprężenia poniżej prostej Coulomba nie powoduje naruszenia struktury materiału, stan naprężenia na prostej to osiągnięcie maksymalnej wytrzymałości materiału (przełom lub płynięcie), zaś stany naprężenia powyżej prostej Coulomba nie są możliwe.



Rys. 1. Warunek stanu granicznego Coulomba - Mohra

Stan naprężenia (σ, τ) spełniający warunek Coulomba - Mohra należy do koła Mohra reprezentującego stan naprężenia w danym obszarze ośrodka. Na rysunku 1 punkt P, na płaszczyźnie (σ, τ), wyznacza naprężenie normalne σ_p i styczne τ_p na powierzchni poślizgu.

Kąt α pomiędzy płaszczyzną największego naprężenia głównego σ_1, a powierzchnią poślizgu wynosi:

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}. \tag{2.2}$$

Liczne badania wykazały, że wiele materiałów wykazuje istotne odchylenia od przedstawionego opisu. Stosując kąt tarcia wewnętrznego φ zaleca się (Hoffman, 1975) rozróżniać kąt tarcia φ_1 rozpoczynającego się płynięcia i kąt tarcia φ_s ustalonego płynięcia. Kąt φ_s jest stały, zaś kąt φ_1 zależy od naprężenia normalnego i gęstości materiału. Poślizg nie zachodzi dokładnie wzdłuż powierzchni, na której spełniony jest

warunek stanu granicznego Coulomba - Mohra odchylonej od płaszczyzny największego naprężenia głównego o kąt α. Często zdarza się, że kohezja C nie reprezentuje sił spójności między ziarnami przy braku naprężenia normalnego (σ=0), a jest jedynie parametrem aproksymacji liniowej. W ujęciu warunku stanu granicznego Coulomba - Mohra ośrodek sypki to ośrodek ziarnisty, którego kohezja równa jest zeru (materiał bezkohezyjny).

Kątem usypu (lub nasypu) nazywamy kąt jaki powstaje między poziomą podstawą i tworzącą stożka utworzonego przy nasypywaniu ośrodka sypkiego w jedno miejsce (Grochowicz, 1985). Kąt usypu jest zwykle większy od kąta tarcia wewnętrznego. Tylko dla materiałów gruboziarnistych pozbawionych kohezji, kąt usypu jest zbliżony do kąta tarcia wewnętrznego φ (Scherer i Kutzbach, 1978; Reimbert i Reimbert, 1981). Dla materiałów sypkich, w których występuje kohezja, kąt usypu przy ograniczonej wysokości stożka będzie większy niż kąt tarcia wewnętrznego φ. Zjawisko samosortowania się ziarna, a także kształt ziarna poszczególnych gatunków i odmian zboża oraz wilgotność ziarna mają istotny wpływ na wartość kąta usypu (Mohsenin, 1970; Grochowicz, 1985). Przykłady urządzeń do pomiaru kąta usypu omówił szczegółowo Zenkow (1964).

2.5. Iloraz naprężeń w spoczynku - k_0, iloraz naporu - k

Iloraz naprężeń w spoczynku k_0 (Rumpf, 1990) jest opisowym wskaźnikiem stosowanym w mechanice gleb. Obrazuje on, że płynięcie plastyczne materiału sypkiego nie może być traktowane tak jak płynięcie cieczy. Rozważmy półprzestrzeń ograniczoną płaszczyzną poziomą. Oś x leży na płaszczyźnie, a oś z skierowana jest pionowo w dół. Niech σ_x oznacza poziome, a σ_z pionowe naprężenie ściskające na pewnej głębokości. Ze względu na symetrię naprężenia te są równocześnie naprężeniami głównymi. Iloraz naprężeń w spoczynku wyraża się jako $k_0 = \sigma_x/\sigma_z$. W cieczy molekuły mają swobodę ruchu we wszystkich kierunkach. Kiedy ciecz pozostaje w spoczynku, we wszystkich kierunkach działa jednakowe ciśnienie hydrostatyczne tzn. $k_0 = 1$. W przypadku materiału sypkiego, pod działaniem siły ciężkości, cząstki przemieszczają się również w kierunku

poziomym wytwarzając dodatkowe naprężenie poziome σ_x. Cząstki nie mają jednak zupełnej swobody ruchu, jak molekuły płynu, i dlatego $\sigma_x < \sigma_z$ i $0 < k_0 < 1$. Wartości skrajne obowiązują dla materiału sypkiego w warunkach ekstremalnych. Dla złoża w stanie fluidyzacji $k_0 \to 1$, zaś dla materiałów mocno zagęszczonych $k_0 \to 0$. Iloraz naprężeń jest silnie uzależniony od historii obciążenia i stopnia w jakim jest ona zapamiętana w materiale. Na przykład w złożach sedymentacyjnych, uformowanych pod niewielkim ciśnieniem, składowa pozioma naprężenia jest mniejsza niż składowa pionowa. W złożach, na których w przeszłości zalegał lodowiec wywierając na nie wysokie ciśnienie, składowa pozioma naprężenia może być większa niż składowa pionowa (Harr, 1977).

Przy pewnej idealizacji warunków panujących w półprzestrzeni materiału ograniczonej z góry poziomą płaszczyzną można wyprowadzić iloraz naporu w oparciu o teorię sprężystości (Kezdi, 1974). Zakładamy, że półprzestrzeń jest wypełniona materiałem izotropowym. Rozważamy pionową kolumnę materiału o wysokości z i polu powierzchni A. Wewnątrz materiału nie występują odkształcenia ani przemieszczenia, zatem naprężenia na pionowych ścianach kolumny są w równowadze i nie występują naprężenia styczne. Ciężar kolumny wynosi $Q = Az\rho g$, zatem pionowe naprężenie na głębokości z wynosi:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = z\rho g .$$

W płaskim stanie odkształcenia zachodzą zwiazki:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right],$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] = 0,$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right].$$

Stąd

$$\sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z) \quad \text{oraz}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1+\nu}{E}\left[(1-\nu)\sigma_x - \nu\sigma_z\right]$$

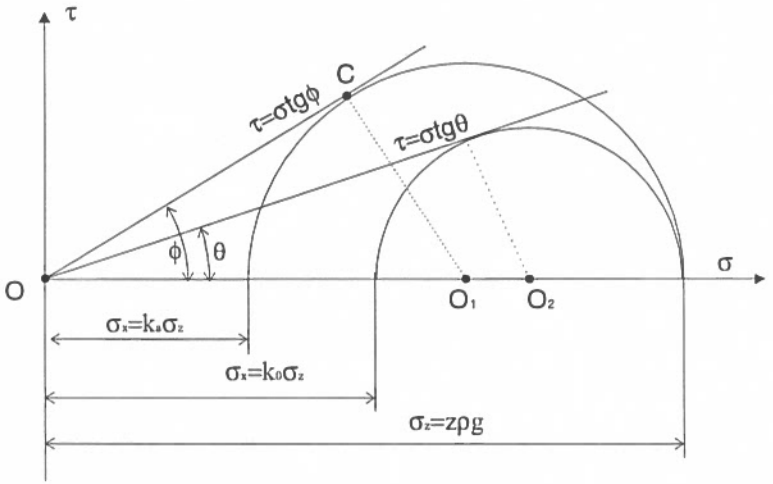
$$\varepsilon_z = \frac{1+\nu}{E}\left[(1-\nu)\sigma_z - \nu\sigma_x\right].$$

W półprzestrzeni $\varepsilon_x = 0$, zatem

$$\sigma_x = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z = k_0 z\rho g. \tag{2.3}$$

Współczynnik k_0 jest zatem stałą zależną, od współczynnika Poissona ν ośrodka. Naprężenie poziome w półprzestrzeni jest wprost proporcjonalne do pionowego i rośnie liniowo z przyrostem głębokości. Rzeczywiste materiały wykazują liczne odstępstwa od powyższej zasady. W przypadku materiału anizotropowego, jeżeli moduł sprężystości w kierunku osi cylindra jest wyższy niż w kierunku promienia, wartość k jest mniejsza niż wynikałoby to z równania (2.3).

Ważnym z praktycznego punktu widzenia jest również związek ilorazu naporu k z kątem tarcia wewnętrznego φ. Rankine wywiódł ten związek z obserwacji, że warstwa gruntu ma tendencję do poślizgu wzdłuż powierzchni nachylonej do poziomu pod kątem tarcia wewnętrznego (Ketchum, 1919). Na rysunku 2 przedstawiono stan naprężeń w półprzestrzeni jednorodnego materiału. Okrąg o środku O_2 styczny do prostej $\varphi = \sigma\mathrm{tg}\theta$ przedstawia stan naprężeń w spoczynku, gdy materiał nie osiągnął jeszcze stanu granicznego. Jeżeli w opisanej półprzestrzeni dopuścimy ruch w kierunku poziomym, to nastąpi zmiana naprężenia poziomego bez zmiany naprężenia pionowego. Jeśli będzie to ruch na zewnątrz osi z naprężenie poziome σ_x zmaleje; materiał osiągnie graniczny stan naprężeń, w którym $\tau = \sigma\mathrm{tg}\phi$. W przypadku materiału bezkohezyjnego stan taki zwany



Rys. 2. Czynny i bierny stan naprężenia Rankine'a

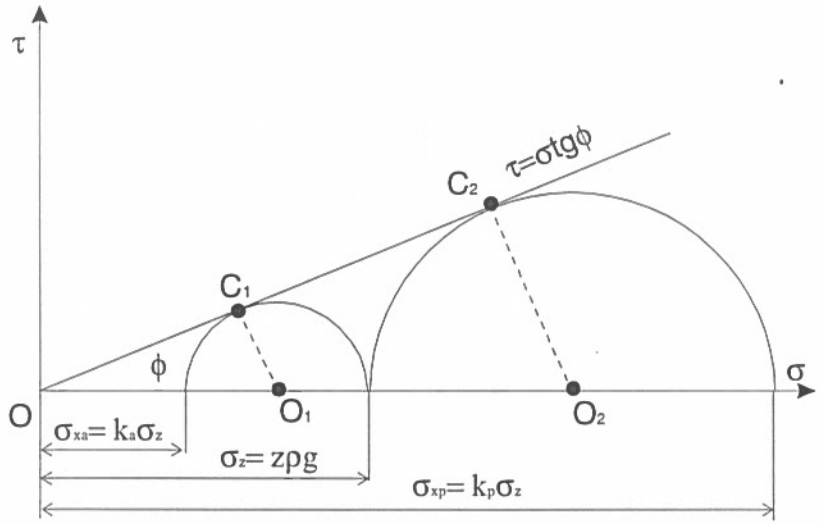
czynnym stanem Rankine'a przedstawia okrąg o środku O_1 (rys. 2). Z zależności geometrycznych wynika:

$$\sin\phi = \frac{CO_1}{O_1} = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x)}{\frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x)},$$

zatem

$$\frac{\sigma}{\sigma_z} = k_a = \frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}. \tag{2.4}$$

Naprężeniom w materiale w spoczynku i w czynnym stanie Rankine'a odpowiadają wartości ilorazu naporu, oznaczone na rysunku 2 odpowiednio k_0 i k_a. Jeżeli teraz materiał będzie podlegał ściskaniu w kierunku poziomym, to naprężenie poziome będzie rosło, bez zmiany naprężenia pionowego (rys. 3). Promień koła naprężeń będzie malał do zera (stan hydrostatycznego ściskania). Naprężenie poziome przekroczy wartość pionowego i będzie rosło aż stan naprężeń osiągnie stan graniczny zwany biernym stanem Rankine'a (okrąg o środku O_2 na rys. 3) . W tym stanie iloraz naporu jest dany zależnością :

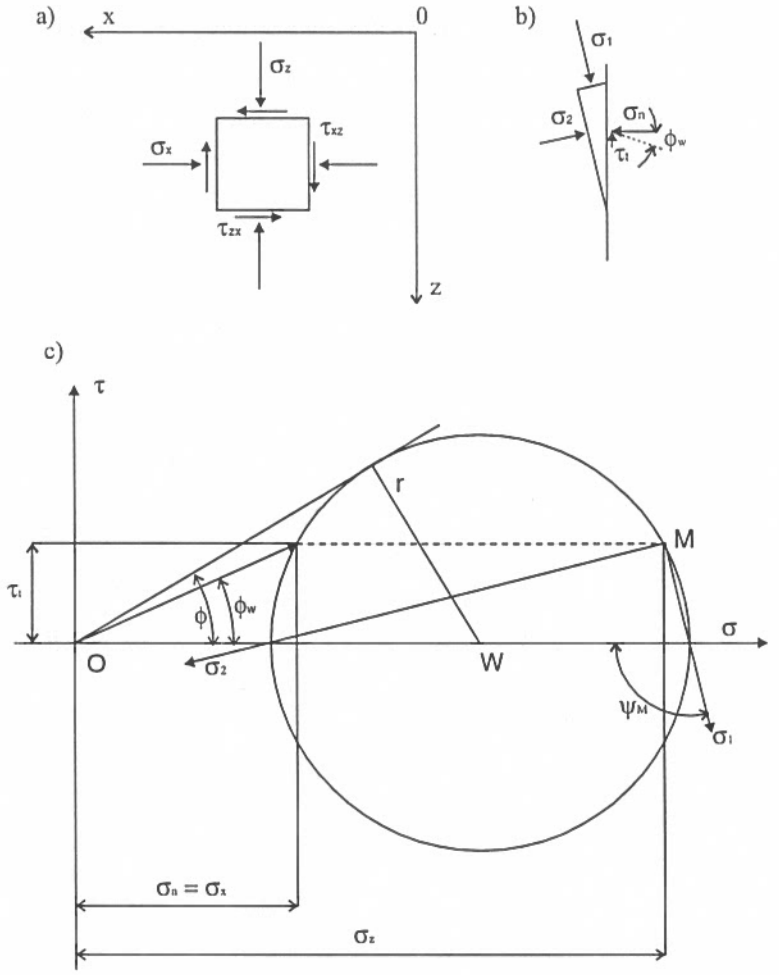


Rys. 3. Naprężenia w stanie spoczynku i w stanie czynnym Rankine'a

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_z} = k_p = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}. \tag{2.5}$$

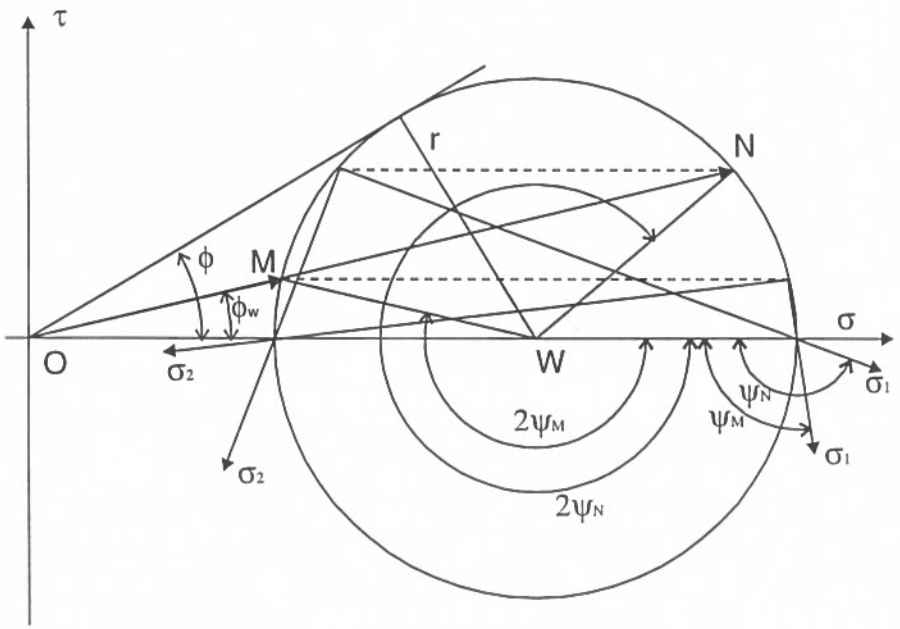
W półprzestrzeni materiału ziarnistego naprężenia główne są pionowe i poziome, a zatem naprężenie styczne w tych kierunkach jest równe zeru. W wielu zastosowaniach praktycznych (np. w silosach) warstwa ziarna jest ograniczona sztywnymi pionowymi granicami. W takich warunkach rozkład naprężeń w przekroju poziomym może nie być stały ponieważ materiał ziarnisty może przenosić naprężenia ścinające. Rozważmy płaski stan naprężeń w materiale ze składowymi: ściskającymi pionową σ_z i poziomą σ_x, oraz ścinającymi $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ (rys. 4a). Taki obraz stanu naprężeń wystąpi w przekroju osiowym cylindrycznego zbiornika. W osi zbiornika panuje stan naprężeń taki jak w półprzestrzeni materiału sypkiego tzn. osie naprężeń głównych σ_1 i σ_2 zorientowane są w kierunkach odpowiednio pionowym i poziomym, zaś naprężenia styczne mają wartość zero. W miarę oddalania się od osi rośnie pionowe naprężenie styczne, pochodzące od tarcia materiału o ścianę, które osiąga wartość maksymalną $\tau_{xz} = \tau_t$ przy ścianie zbiornika. Przyrostowi

naprężenia stycznego, przy zbliżaniu się do ściany, towarzyszy obrót osi naprężeń głównych. Oś większego naprężenia głównego σ_1 obraca się tak, że wytwarza składową poziomą działającą w kierunku ściany. Rozkład naprężeń przy ścianie zbiornika ilustruje rysunek 4b. Diagram Mohra dla przypadku czynnego stanu naprężeń ($\sigma_z > \sigma_x$) w materiale charakteryzującym się kątem tarcia wewnętrznego ϕ, przy kącie tarcia o ścianę



Rys. 4. Płaski stan naprężenia: a) składowe naprężeń b) rozkład naprężeń przy ścianie c) diagram Mohra ilustrujący rozkład naprężeń przy ścianie

zbiornika równym ϕ_w przedstawia rysunek 4c. Ponieważ nie można wyznaczyć stanu naprężeń bez znajomości wartości naprężenia stycznego na ścianie τ_t przyjęto założenie, że tarcie na ścianie jest w pełni rozwinięte tzn. $\tau_t = \sigma_x tg\phi_w$. Wzrost kąta tarcia o ścianę powoduje przyrost naprężenia poziomego σ_x i równoczesny spadek naprężenia pionowego σ_z. Stosunek naprężenia poziomego do pionowego osiąga wartość maksymalną kiedy kąt tarcia o ścianę ϕ_w równy jest kątowi tarcia wewnętrznego ϕ, wówczas $\tau_t = \tau_n tg\phi$. Kąt nachylenia osi działania naprężenia głównego σ_1 do poziomu oznaczono Ψ. Sposób wyznaczenia kąta obrotu osi naprężeń głównych z diagramu Mohra przedstawiono na rysunku 5. Prosta wyrażająca stan naprężeń na ścianie przecina okrąg



Rys. 5. Sposób wyznaczania kąta nachylenia osi większego naprężenia głównego σ_1 do poziomu

stanu granicznego w dwu punktach M i N. Wektor OM odpowiada czynnemu stanowi naprężeń, zaś wektor ON stanowi biernemu. Z twierdzenia sinusów dla trójkąta OMW wynika :

$$\frac{OW}{\sin OMW} = \frac{MW}{\sin \phi_w}.$$

Z zależności geometrycznych: OMW= $\pi - (\pi - 2\psi - \varphi_w) = 2\psi + \phi_w$, MW=r i OW= r/sinϕ.

Zatem:

$$\frac{r}{\sin\phi \cdot \sin(2\psi + \phi_w)} = \frac{r}{\sin \phi_w}$$

i po przekształceniu:

$$\sin(2\psi + \phi_w) = \frac{\sin \phi_w}{\sin \phi}. \tag{2.6}$$

Rozwiązanie równania (2.6) ze względu na ψ zależy od wielkości kąta $2\psi + \phi_w$. Wyznaczenie wartości funkcji arcsin wymaga sprowadzenia argumentu do wartości mniejszej niż π/4. Korzystając z tożsamości $\sin(2\psi + \phi_w) = \sin(2\psi + \phi_w - \pi)$ dla trójkąta OMW oraz $\sin(2\psi + \phi_w) = \sin[2\pi - (2\psi + \phi_w - \pi)]$ dla trójkąta ONW otrzymujemy:

$$\arcsin(2\psi + \phi_w - \pi) \quad \arcsin \frac{\sin \phi_w}{\sin \phi} \text{ oraz } \arcsin\left[2\pi - (2\psi + \phi_w)\right] = \arcsin \frac{\sin \phi_w}{\sin \phi}.$$

Rozwiązanie można zapisać w postaci ogólnej jako:

$$\psi = (3 - \alpha)\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}(\omega - \alpha \phi_w) \tag{2.7}$$

gdzie: $\omega = \arcsin \frac{\sin \phi_w}{\sin \phi}$ oraz $\alpha = 1$ w przypadku czynnego stanu naprężeń albo α=-1 w przypadku biernego stanu naprężeń.

2.6. Równanie Janssena

Koncepcja ilorazu naporu *k* zastosowana została przez Janssena (1895) do rozwiązania równania równowagi obciążeń silosu. Metoda ta znalazła szerokie zastosowanie

w zagadnieniach inżynierskich, a jej opis znaleźć można w wielu podręcznikach (np. Drescher, 1983). Sam Janssen (1895) zalecał eksperymentalne wyznaczanie k dla projektowania konkretnej konstrukcji. Wielu autorów badało krytycznie rozwiązanie Janssena wykazując jego ograniczenia (np. Lvin, 1970; Horne i Nedderman, 1976; Cowin, 1977). Przytoczony poniżej szkic unaocznia zakres niezbędnych dla umożliwienia rozwiązania analitycznego założeń, wskazując równocześnie punkty odstępstw od warunków panujących w rzeczywistym złożu. Warunek równowagi naprężeń w kierunku pionowym w elemencie różniczkowym materiału o grubości dz, zawartym w pojemniku (rys. 6) wyraża się zależnością (Cowin, 1977):

$$\frac{L}{A}\tau_l^* + \frac{d\sigma_z^*}{dz} + \rho g = 0, \tag{2.8}$$

gdzie:

τ_l^* - uśrednione po obwodzie zbiornika naprężenie styczne,

σ_z^* - uśrednione po przekroju poprzecznym naprężenie pionowe,

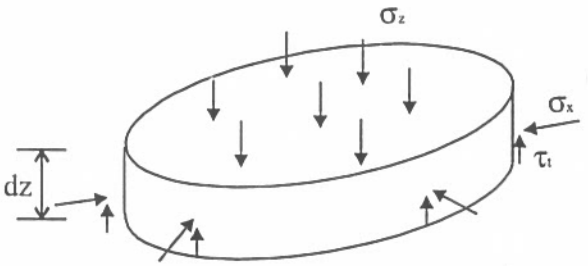
L - obwód zbiornika,

A - pole powierzchni przekroju zbiornika,

ρ - gęstość materiału,

g - przyśpieszenie ziemskie.

Sformułowanie Cowina jasno uwidacznia, że w ujęciu Janssena mamy do czynienia z naprężeniami uśrednionymi po obwodzie i po przekroju poprzecznym zbiornika, albo z



Rys. 6. Rozkład naprężeń działających na elementarną warstwę Janssena

założeniem stałości rozkładu τ_t (L) i σ_z (r). W rzeczywistości rozkłady te nie są stałe. Następnie zakłada się, że σ_z, σ_x i τ_t zależą jedynie od współrzędnej z położenia rozważanego elementu różniczkowego. Kolejne założenie to przyjęcie związku pomiędzy σ_x i τ_t w formie: $\tau_t = \mu\sigma_x$, co oznacza istnienie na ścianie tarcia rozwiniętego. I ostatnie z założeń Janssena, że iloraz σ_x do σ_z jest stały tzn. $\sigma_x = k\sigma_z$.

W przypadku dodatkowego obciążenia powierzchni swobodnej materiału naporem pionowym p rozwiązanie warunku równowagi przyjmuje postać:

$$\sigma_z = \frac{\rho g A}{\mu L k} + \left(p - \frac{\rho g A}{\mu L k} \right) e^{-\mu L k z / A} \tag{2.9}$$

Równanie (2.9) przedstawia dolne oszacowanie wartości naporu pionowego, gdyż w rzeczywistości $\tau_t \leq \mu k \sigma_z$. Górne oszacowanie wartości σ_z otrzymuje się przy założeniu, że nie występuje tarcie na ścianie i wówczas τ_t zanika. Naprężenie wzrasta liniowo z głębokością i proporcjonalnie do gęstości materiału (jak w warunkach ciśnienia hydrostatycznego), zatem $\sigma_z \leq \rho g z + p$.

2.7. Kąt tarcia wzajemnego ziaren - φ_m

Obliczenia teoretyczne dla regularnych upakowań kul (Feda, 1977) prowadzą do analitycznych zależności kąta tarcia wewnętrznego φ od kąta tarcia wzajemnego ziaren φ_m.

Badania eksperymentalne przeprowadzone przez Skinnera (1969) wykazały, że kąt tarcia ziarna o ziarno nie wpływa zasadniczo na kąt tarcia wewnętrznego ośrodka złożonego z kulek szklanych i ołowianych. Autor przeprowadził pomiary bezpośredniego ścinania próbek kulek szklanych suchych i zanurzonych w wodzie. Współczynnik tarcia kulek suchych o szkło wynosił od 0,03 do 0,07, zaś po zanurzeniu w wodzie od 0,5 do 0,8 - zależnie od obciążenia. Autor nie zaobserwował istotnego przyrostu kąta tarcia wewnętrznego mimo 30 krotnego przyrostu współczynnika tarcia między kulkami. Ponadto wartości kąta tarcia wewnętrznego otrzymane dla kulek szklanych i ołowianych nie różniły się. Autor przypuszcza, że przyczyną jest zmiana udziału poślizgów i obrotów w trakcie

ścinania. W przypadku niskiego współczynnika tarcia dominowały poślizgi między ziarnami, zaś w przypadku wysokiego współczynnika tarcia dominowały obroty ziaren. Przy tym została utrzymana ta sama równowaga energetyczna. Spostrzeżenia Skinnera znalazły potwierdzenie w wynikach badań Konishi i in. (1982) gdzie zaobserwowano niewielki wpływ kąta tarcia ziarna o ziarno na wytrzymałość materiału oraz potwierdzono, że odkształcenie odbywa się z większym udziałem obrotów przy wyższym φ_m.

2.8. Ośrodek sypki złożony z ziarna lub nasion

Ziarno zbóż jest specyficznym materiałem sypkim odmiennym od gruntu, materiałów budowlanych czy produktów przemysłu chemicznego. W warunkach niskiej wilgotności, w jakich jest przechowywane i przetwarzane może być ono traktowane jako materiał granularny bezkohezyjny - materiał sypki. Istotną cechą tego materiału jest stosunkowo wyrównany kształt i rozkład wymiarów pojedynczych ziaren. Można spodziewać się, że w takim jednorodnym materiale wyraźniejsze będą efekty oddziaływań na poziomie pojedynczych ziaren i badania mogą dostarczyć informacji ogólnych, istotnych nie tylko dla inżynierii rolnej.

Ważną cechą wyróżniającą ziarno zbóż spośród innych materiałów ziarnistych jest odkształcalność cząstek. Modele mechaniczne opracowane z zastosowaniem teorii plastyczności najczęściej zakładają sztywność granul materiału, co jest uprawnione w przypadku materiałów mineralnych. Równania modeli nie mogą być jednak wprost zastosowane do opisu ośrodka o ziarnach odkształcalnych. Badania eksperymentalne wykazały, że odkształcalność ziaren przejawia się w swoistych efektach nie obserwowanych w materiałach o cząstkach sztywnych, a utrudniających opis teoretyczny (Drescher, 1991). Efekty te ujawniają się na przykład w warunkach gdy część objętości materiału jest w ruchu, a inna część pozostaje w spoczynku i gromadzi, bądź uwalnia energię sprężystą. Przykładem takiej akumulacji i późniejszego uwalniania energii sprężystej w martwej strefie zbiornika płaskodennego, jest zaobserwowana przez Horabika i in. (1992) zmiana zwrotu pionowego obciążenia ściany silosu w końcowej fazie wypływu ziarna. Sprężystość ziarna jest również przyczyną różnicy wartości ilorazu naporu k

wyznaczanego w zbiorniku modelowym przy obciążaniu powierzchni swobodnej ziarna względem wartości otrzymywanej przy odciążaniu (Law i in., 1993).

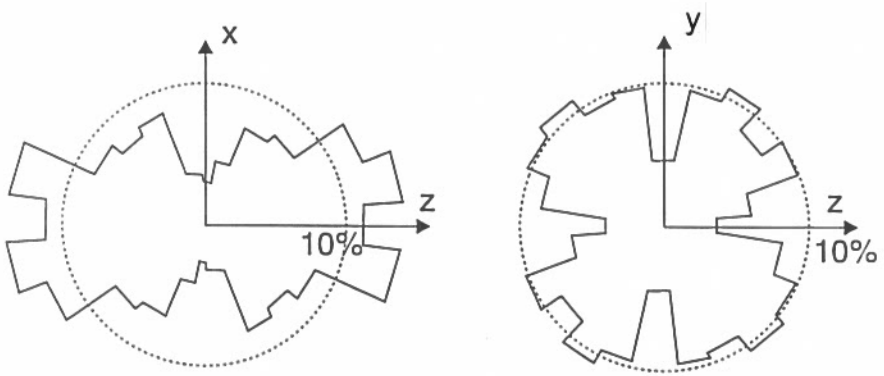
Charakterystyczna dla ziarna jest zależność jego właściwości mechanicznych od odmiany, czy warunków uprawy. Innym specyficznym czynnikiem jest obecność na powierzchni ziarna warstwy kutyny - substancji organicznej o właściwościach zbliżonych do wosku. Literatura często podaje tak odległe wartości współczynnika tarcia ziarna o płaskie powierzchnie metalowe, że trudno osiągnąć zgodę co do wartości katalogowych. Okazało się, że w trakcie pomiarów tarcia kutyna osadza się na powierzchni metalowej i powoduje obniżenie mierzonej wartości siły tarcia, w każdym kolejnym powtórzeniu pomiaru (Thompson i in., 1988; Molenda i in., 1997). Eksperymenty porównawcze należy zatem prowadzić na powierzchni doprowadzonej do stanu równowagi. Przy projektowaniu silosów powinno się uwzględniać dwie wartości współczynnika tarcia: wyższą dla obliczania pionowego obciążenia ściany i niższą dla obliczania naporu poziomego. Spowoduje to maksymalizację obu obciążeń i zapewni odpowiednią wytrzymałość konstrukcji.

Osobnym, szerokim zagadnieniem jest badanie wpływu orientacji przestrzennej ziaren ośrodka na jego właściwości i rozkład obciążeń w warstwie. Wydaje się, że ze względu na dużą jednorodność wymiarów i kształtu ziaren zbóż, badania masy mogą dostarczyć więcej informacji, niż tylko wartości parametrów dla projektowania silosów.

3. Naprężenie jako złożenie sił międzyziarnowych

3.1. Struktura geometryczna ośrodka rozdrobnionego

Wyniki badań geotechnicznych wskazywały, że naturalne złoża piasków uformowane pod działaniem grawitacji są na ogół anizotropowe. Allen (1969) wykazał, że w czasie formowania depozytu ziarna piasku dążą do układania się dłuższą osią w kierunku płaszczyzny poziomej (płaszczyzny usypywania). W rezultacie powstają złoża o wysokim stopniu uporządkowania geometrycznego cząstek. Oda (1972) zainteresował się wpływem anizotropii złoża na jego właściwości mechaniczne. Przeprowadził serię badań laboratoryjnych na próbkach piasku. Autor ten wykazał, że znajomość struktury upakowania cząstek jest niezbędna dla określenia stabilności gruntów niespoistych obciążonych siłami zewnętrznymi. Zjawiska mechaniczne takie jak anizotropia reakcji na obciążenie, zależność naprężenie-odkształcenie, wzmocnienie odkształceniowe, wytrzymałość i porowatość - okazały się zależne od struktury upakowania (Oda, 1976, 1977, 1978). Od czasu tych eksperymentów wiadomo, że dwie próbki tego samego piasku o równej porowatości nie muszą mieć jednakowych właściwości mechanicznych. Autor wyróżnił dwa elementy struktury upakowania: 1) orientację przestrzenną dłuższych osi niesferycznych granul (charakteryzowaną dwoma parametrami) oraz 2) gęstość upakowania (charakteryzowaną trzema parametrami). Na rysunku 7 (Oda, 1978) przedstawiono

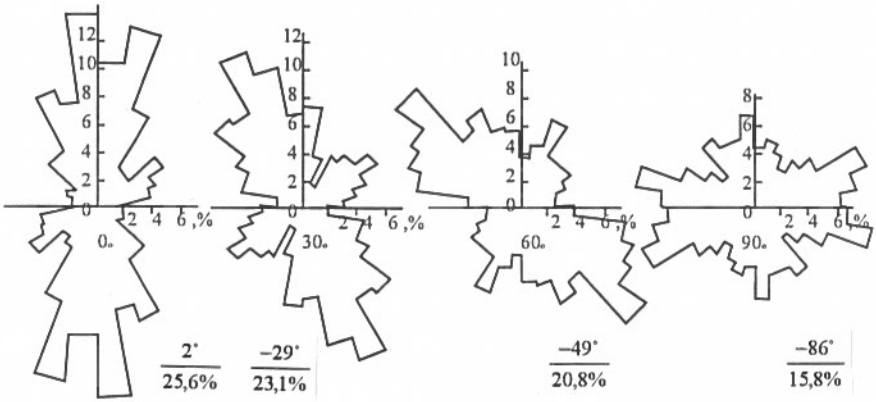


Rys. 7. Rozkłady gęstości prawdopodobieństwa kąta nachylenia długich osi ziaren piasku do wybranej osi poziomej (Oda, 1978)

rozkład gęstości prawdopodobieństwa kąta nachylenia dłuższych osi ziaren piasku. Próbka formowana była przez nasypywanie piasku do formy wypełnionej wodą, następnie zagęszczana przez uderzanie w ściany formy. V - section oznacza przekrój pionowy, H - section przekrój poziomy próbki. W przekroju pionowym znacznie wyższa jest gęstość prawdopodobieństwa w kierunku poziomym, zaś w przekroju poziomym nie obserwuje się wyróżnionej orientacji dłuższych osi cząstek. Sposób charakteryzowania struktury geometrycznej ośrodka zilustrowany na rysunku 7 był później często stosowany przez innych badaczy , zwłaszcza w przypadku modeli dwuwymiarowych.

Konishi i in. (1982) prowadzili badania elastooptyczne dwuosiowego odkształcenia dwuwymiarowych układów cząstek w formie prętów o owalnym przekroju poprzecznym. Rejestrowano siły w różnych stadiach odkształcenia wykonując równocześnie fotografie elastooptyczne. Oszacowano wpływ anizotropii związanej z metodą formowania próbki, tarciem między ziarnami i kształtem cząstek na reakcję materiału na obciążenie mechaniczne. Zastosowano cząstki o dwu kształtach przekroju i trzech klasach rozmiarów. Stosunek dłuższej do krótszej osi przekroju eliptycznego wynosił w pierwszej grupie 1,1, zaś w drugiej grupie równy był 1,4. Wymiar dłuższej osi elipsy przekroju w pierwszej grupie wynosił 14,8, 9,9 i 6,3 mm, zaś w drugiej grupie: 16,0, 10,7 i 7,1 mm. Dla zbadania wpływu tarcia miedzy cząstkami przeprowadzono dwie serie pomiarów, jedną z cząstkami niesmarowanymi o kącie tarcia wewnętrznego równym 52^{o} i drugą z cząstkami smarowanymi talkiem, kiedy kąt tarcia wewnętrznego wynosił 26^{o}. Próbki usypywano w prostopadłościennej formie przy różnych kątach θ nachylenia dna do poziomu. Próbka ściskana poziomo stałą siłą miała swobodę odkształcenia w kierunku pionowym. Mierzono obciążenie pionowe i odkształcenia pionowe i poziome próbki. Fotografie elastooptyczne pokazują, że obciążenie przenoszone jest przez kolumny cząstek uporządkowane w kierunku maksymalnego naprężenia ściskającego. Punkty kontaktu wokół kolumn przenoszą niewiele obciążenia, zapewniają jednak stabilność kolumn przenoszących większość obciążenia. Uzyskano obraz rozkładu sił bardzo podobny do zaprezentowanego wcześniej przez Dreschera i De Josselin de Jonga (1972) w ich pracy dotyczącej weryfikacji teoretycznego modelu płynięcia ośrodka ziarnistego.

Konishi in. (1982) do opisu struktury upakowania cząstek zastosowali rozkład normalnych w punktach kontaktu. Rysunek 8 przedstawia otrzymane rozkłady normalnych kontaktowych dla poszczególnych wariantów eksperymentu w próbce nieodkształconej. Autorzy przyjęli przybliżenie rozkładu normalnych za pomocą elipsy. Dłuższa oś elipsy w stanie nieodkształconym jest prostopadła do płaszczyzny usypywania złoża. Efekt ten



Rys. 8. Rozkłady gęstości prawdopodobieństwa kąta nachylenia normalnych kontaktowych w zbiorze wałków o przekroju eliptycznym (stosunek długości osi 1,4; Konishi i in., 1982)

jest wyraźniejszy w przypadku cząstek bardziej płaskich oraz w przypadku cząstek smarowanych, które wykazują większą anizotropię. Liczby na rysunku 8 reprezentują kierunek dłuższej osi elipsy (nad kreską) i stopień anizotropii (pod kreską). Parametry obliczano według zależności (Oda i in., 1980):

- kierunek dłuższej osi:

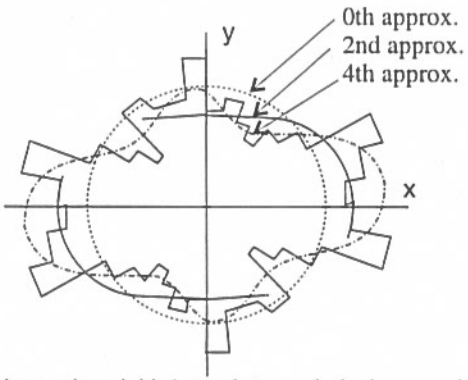
$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} arctg\,(A/B)$$

- stopień anizotropii:

$$M = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot 100$$

gdzie: $A = \int E(\beta)\sin\beta d\beta$, $B = \int E(\beta)\cos\beta d\beta$, zaś $E(\beta)$ to rozkład gęstości prawdopodobieństwa.

W miarę postępującej deformacji część kontaktów zanika i równocześnie pojawiają się nowe. Rozkład normalnych kontaktowych zmienia się. Główne osie opisującej go elipsy obracają się tak, że więcej normalnych kontaktowych przyjmuje kierunek bliski kierunkowi maksymalnej siły ściskającej. Tendencja ta jest bardziej wyraźna dla cząstek okrągłych niż dla cząstek bardziej płaskich. Kanatani (1981) zaproponował charakterystykę układu przestrzennego cząstek przez tensor upakowania. Przeprowadził oszacowanie ilościowe rozkładów normalnych kontaktowych otrzymanych przez Konishiego i in. (1982). Na rysunku 9 przedstawiono rozkłady eksperymentalne i aproksymacje Kanataniego (1984) do czwartego rzędu dla materiału przed obciążeniem i obciążonego.



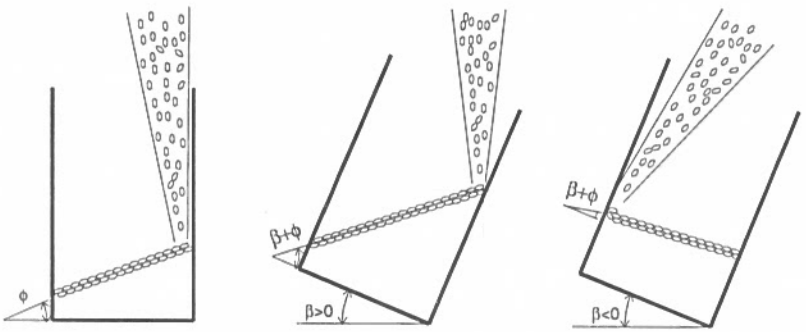
Rys. 9. Rozkłady gęstości prawdopodobieństwa kąta nachylenia normalnych kontaktowych i ich aproksymacje (Kanatani, 1984)

3.2. Anizotropia warstwy nasion

Opisane wyniki, cytowane w literaturze skłoniły mnie do podjęcia w Instytucie Agrofizyki PAN badań wpływu anizotropii próbki nasion na jej kąt tarcia wewnętrznego (Molenda i in., 1995). Do badań wybrano ziarno pszenicy, jęczmienia, żyta oraz nasiona rzepaku. Wybrane gatunki ziarna reprezentują kształt od kuli (rzepak) do mocno wydłużonej elipsoidy (żyto). Wilgotność ziarna zawierała się w przedziale od 10,5% do 12%, zaś w przypadku rzepaku wynosiła 8%.

W celu wywołania określonej orientacji ziarna w próbce wykorzystano zjawisko powstawania kąta naturalnego usypu ziarna oraz efekt układania się ziaren, na ogół

najdłuższą osią wzdłuż tworzącej powstałego stożka. Metodę przygotowania próbki do badań trójosiowego ściskania ilustruje rysunek 10. Ziarno nasypywano równomiernym strumieniem ze zbiornika zasypowego z prostokątnym otworem wylotowym o wymiarach 8 x 24 mm do gumowej membrany umieszczonej w sztywnej, dwuczęściowej, cylindrycznej formie. Zbiornik zasypowy umieszczony przy ścianie formy podnoszono do góry w miarę napełniania formy ziarnem tak, aby otwór wylotowy znajdował się zawsze około 20 mm powyżej wierzchołka swobodnej powierzchni usypującego się ziarna. Po wypełnieniu całej formy zamocowywano górną cylindryczną, pokrywę próbki. Następnie wytwarzano podciśnienie wewnątrz próbki, dzięki czemu zyskiwała ona sztywność kształtu, a to pozwalało na umieszczenie jej w komorze ciśnieniowej bez obawy o naruszenie przestrzennej struktury ośrodka wytworzonej w trakcie formowania. Kąt zawarty między swobodną powierzchnią sypanego ziarna a podstawą próbki zmieniano poprzez pochylanie formy względem pionu podczas nasypywania ziarna. Ponieważ ziarna układają się na ogół najdłuższą osią równolegle do tworzącej stożka naturalnego usypu, zatem zmieniając pochylenie formy względem pionu zmieniano równocześnie preferowaną przestrzenną orientację ziaren względem układu odniesienia związanego z próbką. Do dalszych badań wybrano sześć wartości kąta pochylenie próbki: $\beta = -20^{o}$, -10^{o}, 0^{o}, 10^{o}, 20^{o} i 30^{o} (rys. 10). Kąt naturalnego usypu ziarna wynosił około 20^{o}. Dodatkowo, w celach porównawczych ziarno nasypywano do pionowej formy ($\beta = 0^{o}$),



Rys. 10. Sposoby przygotowania próbki ziarna do testu trójosiowego ściskania

umieszczając otwór wylotowy zbiornika zasypowego wzdłuż osi symetrii próbki, a nie jak poprzednio przy ścianie. Każdorazowo ta sama ilość ziarna wypełniała całą objętość formy, w związku z czym otrzymywano zawsze tę samą gęstość ośrodka.

W celu oszacowania stopnia uporządkowania najdłuższych osi ziaren, próbki, przygotowane zgodnie z omówioną wyżej metodyką, zalewano żywicą poliestrową. Po zastygnięciu żywicy próbkę przecinano w płaszczyźnie poziomej i pionowej. Na podstawie otrzymanych przekrojów wyznaczano miary uporządkowania według Ody (1978) zgodnie ze wzorami:

1 - preferowany kąt nachylenia najdłuższych osi granul względem wybranego układu odniesienia:

$$\overline{\theta} = \frac{1}{2} arc\ tg \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^{n} \cos 2\theta_i} \right)$$

2 - intensywność równoległego ułożenia najdłuższych osi:

$$V * M = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \sin 2\theta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} \cos 2\theta_i \right)^2} * \frac{100}{n},$$

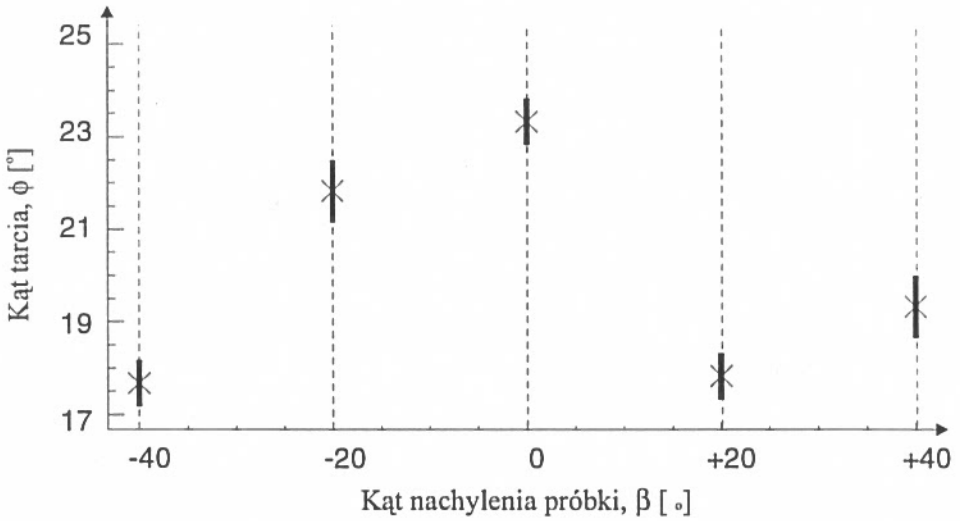
gdzie: n oznacza ilość pomiarów, zaś θ_i jest kątem nachylenia najdłuższej osi danego ziarna względem przyjętego układu odniesienia. Wartość wyrażenia $V*M$ zmienia się w zakresie od 0 do 100%. Całkowicie losowemu ułożeniu najdłuższych osi granul odpowiada wartość 0%, podczas gdy 100% reprezentuje idealnie równoległe ułożenie najdłuższych osi wszystkich granul. Dla kąta $\beta = 20^o$ oraz dla przekroju pionowego miary te wynosiły odpowiednio: $\theta = 38^o$, $V*M = 65\%$, a więc próbka wykazywała znaczną anizotropię.

Wpływ orientacji przestrzennej ziarna trzech gatunków zbóż i rzepaku na kąt tarcia wewnętrznego mierzono metodą trójosiowego ściskania i metodą bezpośredniego ścinania. Metody te wybrano ze względu na ich szerokie rozpowszechnienie w badaniach

doświadczalnych mechaniki materiałów ziarnistych. Założono, że porównanie obu metod pozwoli wnioskować o ich przydatności w badaniach materiałów rolniczych.

Procedura przygotowania próbki ośrodka do testu bezpośredniego ścinania była identyczna jak w przypadku testu trójosiowego ściskania. W badaniach bezpośredniego ścinania zastosowano pięć poziomów obciążenia normalnego σ równych wartościom naprężenia σ_3 w teście trójosiowego ściskania. Prędkość wzajemnego przemieszczania się dwóch połówek próbki wynosiła 1,3 mm/s. Każdy wariant eksperymentu powtarzano trzykrotnie.

Wstępne badania wpływu sposobu przygotowania próbki, przeprowadzone metodą trójosiowego ściskania na nasionach żyta w rozszerzonym zakresie kąta pochylenia próbki $\beta = -40^o, -20^o, 0^o, 20^o$ i -40^o, pozwoliły stwierdzić, że sposób nasypywania ziarna do formy wpływa istotnie na otrzymane charakterystyki mechaniczne. Najbardziej wytrzymałe były próbki nasypywane do pionowej formy. Ten rodzaj próbek wykazywał również największą jednorodność deformacji. Na ogół nie obserwowano wyraźnej płaszczyzny ścięcia. Próbka równomiernie pęczniała przyjmując kształt beczki. Zupełnie inaczej zachowywała się próbka nasypywana do formy pochylonej względem pionu pod kątem β. Próbka taka szybciej traciła jednorodność deformacji i powstawała wyraźna płaszczyzna ścięcia. Ze wzrostem wartości kąta β malała maksymalna wartość stosunku naprężeń głównych. Na podstawie otrzymanych maksymalnych wartości stosunku naprężeń głównych σ_1/σ_3 obliczano wartość kąta tarcia wewnętrznego ϕ w oparciu o warunek plastyczności Coulomba - Mohra. Rysunek 11 przedstawia wartości kąta tarcia wewnętrznego dla różnych wartości kąta β pochylenia formy względem pionu. Największe wartości kąta tarcia wewnętrznego otrzymano w przypadku próbki nasypywanej do pionowej formy, a zwłaszcza gdy ziarno nasypywane było wzdłuż osi symetrii. Ze wzrostem kąta pochylenia próbki β kąt tarcia wewnętrznego ϕ istotnie malał.

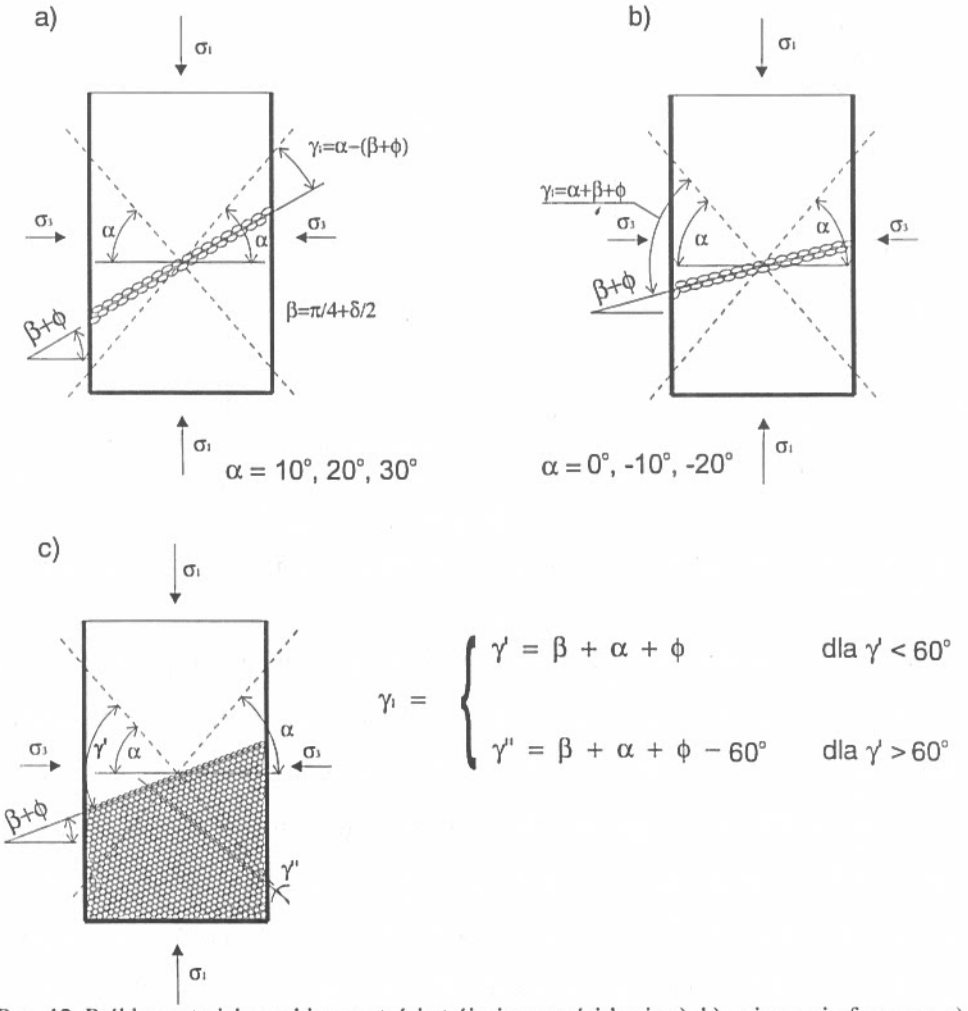


Rys. 11. Kąt tarcia wewnętrznego ϕ ziarna żyta dla pięciu wartości kąta β nachylenia formy próbki do poziomu

Zgodnie z kryterium Coulomba płaszczyzna poślizgu jest nachylona pod kątem $\alpha = \pm (\pi/4+\phi/2)$ do płaszczyzny większego naprężenia głównego. Na rysunku 12 przedstawiono teoretyczne płaszczyzny poślizgu i nachyloną do jednej z nich pod kątem γ_1 swobodną powierzchnię próbki ziarna. Rysunek 12a odnosi się do testu trójosiowego ściskania przy kątach pochylenia próbki β: 10^o, 20^o i 30^o, zaś rysunek 12b dotyczy kątów β: 0^o, -10^o i -20^o. O ile w przypadku ośrodka izotropowego istnieje wiele możliwych orientacji płaszczyzny poślizgu, to w przypadku materiału anizotropowego płaszczyzna poślizgu jest wymuszona przez kierunek najmniejszej wytrzymałości.

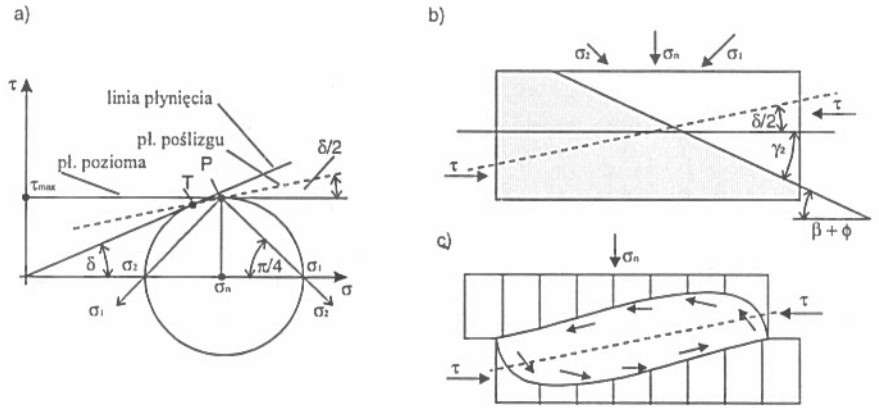
W ośrodku złożonym z ziaren sferycznych może wystąpić anizotropia koncentracji normalnych w punktach kontaktu ziaren. W strukturze heksagonalnej normalne do punktów kontaktu są wzajemnie nachylone pod kątem 60^o, a zatem kąt nachylenia normalnych do płaszczyzny poślizgu opisują równania przedstawione na rysunku 12c.

Na rysunku 13 przedstawiono stan naprężenia realizowany w aparacie bezpośredniego ścinania. Punkt P na wykresie Mohra ilustruje wartości naprężenia normalnego σ i maksymalnego naprężenia stycznego τ zmierzone w poziomej płaszczyźnie ścięcia. Punkt



Rys. 12. Próbka materiału sypkiego w teście trójosiowego ściskania a), b) - ziarna niesferyczne, c) ziarna sferyczne

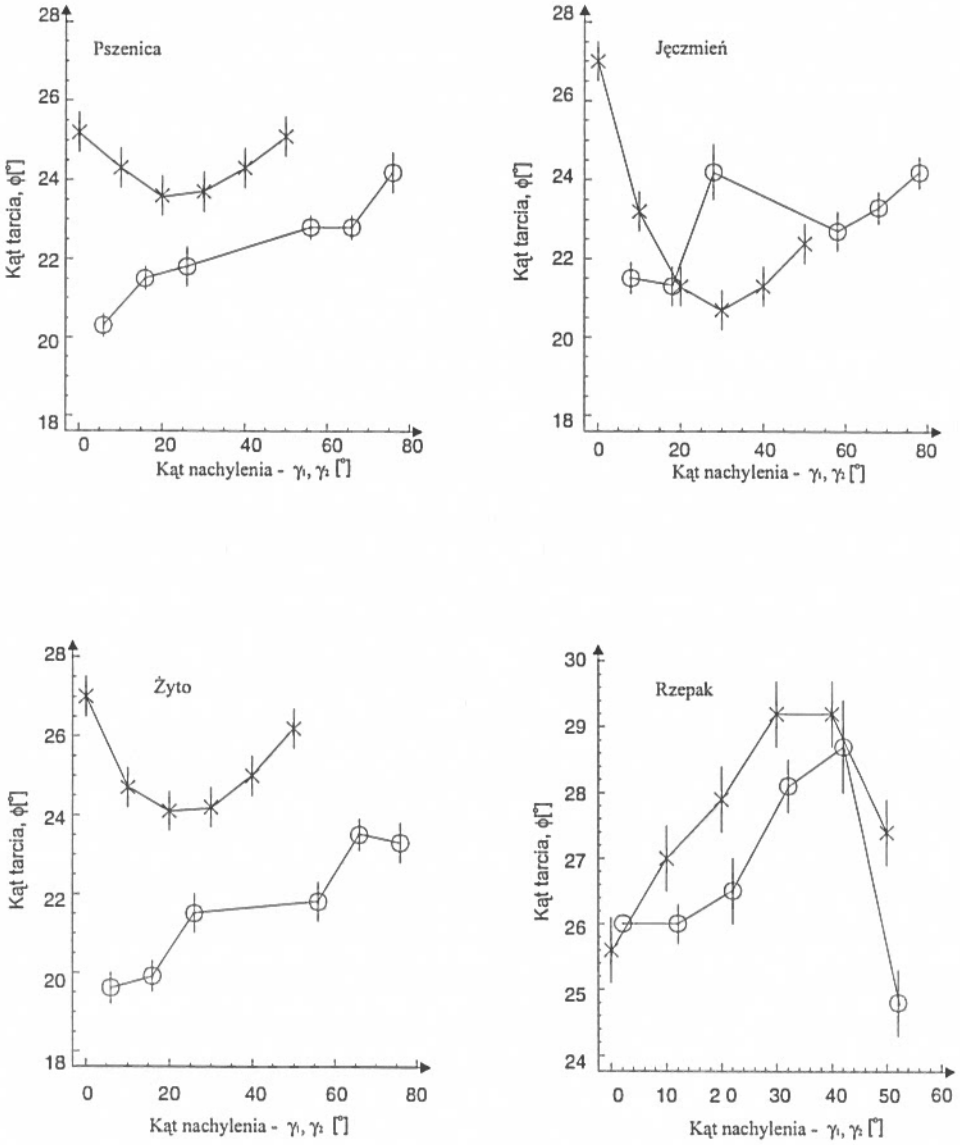
P nie jest identyczny z punktem T - styczności warunku stanu granicznego Coulomba - Mohra z kołem Mohra (Schwedes, 1975). Zatem płaszczyzna, na której spełnione jest kryterium Coulomba - Mohra, nie pokrywa się z wymuszoną poziomo płaszczyzną ścinania, lecz jest do niej nachylona pod kątem δ/2. Kąt preferowanego nachylenia dłuższych osi ziaren γ_2 odnoszono nie do płaszczyzny, na której spełnione jest kryterium Coulomba - Mohra lecz do poziomej płaszczyzny ścięcia.



Rys. 13. Próbka materiału sypkiego w teście bezpośredniego ścinania: a) diagram Mohra dla stanu naprężeń w próbce, b) położenie kierunku wyróżnionej orientacji osi ziaren względem teoretycznej płaszczyzny poślizgu, c) obraz deformacji próbki

Wyniki pomiarów przedstawiono na rysunku 14 jako wykresy zależności kąta tarcia wewnętrznego ϕ od kąta nachylenia płaszczyzny poślizgu do preferowanego kierunku dłuższych osi ziaren γ_1, albo kierunku normalnych do punktów kontaktu γ_2. Najbliższą zgodność przebiegów zależności $\phi(\gamma_1)$ i $\phi(\gamma_2)$ otrzymano w przypadku nasion rzepaku. W obu testach z tymi nasionami wystąpiło maksimum kąta tarcia wewnętrznego, $\phi = 29^o$, dla zbliżonych kątów $\gamma_1 \approx \gamma_2 \approx 35^o$. Uwzględniając fakt, że płaszczyzna większego naprężenia głównego σ_1 jest nachylona do płaszczyzny poślizgu pod kątem $\alpha = \pi/4 + \phi/2$, łatwo zauważyć zgodność otrzymanego maksimum kąta tarcia wewnętrznego z wynikami Ody (1972, 1976, 1978). Autor ten stwierdził, że w trakcie procesu wzmocnienia odkształceniowego materiału ziarnistego normalne do punktów kontaktu koncentrują się wokół kierunku większego naprężenia głównego oraz, że kierunek ten stopniowo obraca się w miarę wzrostu naprężenia stycznego. Główne osie elipsy charakteryzującej upakowanie dążą do położenia współosiowego z kierunkami naprężeń głównych.

W przypadku ziaren niesferycznych stwierdzono odmienny przebieg zależności kąta tarcia wewnętrznego od kąta zawartego między kierunkiem orientacji najdłuższych osi ziaren a kierunkiem poślizgu dla testu trójosiowego ściskania i bezpośredniego ścinania. W próbie trójosiowego ściskania kąt ϕ wzrastał z przyrostem kąta γ_1 - nachylenia



Rys. 14. Wpływ kąta nachylenia próbki γ na kąt tarcia wewnętrznego ϕ w testach: bezpośredniego ścinania i trójosiowego ściskania

dłuższych osi ziaren do płaszczyzny poślizgu. Tendencja ta wystąpiła dla wszystkich badanych gatunków zbóż. Zależność $\phi(\gamma_2)$ otrzymana w teście bezpośredniego ścinania przebiega w przybliżeniu parabolicznie z minimum dla kąta $\gamma_2 \approx 25^0$. Niezgodność przebiegów zależności $\phi(\gamma_1)$ i $\phi(\gamma_2)$ wynika z różnic mechanizmów odkształcenia próbki w porównywanych testach. W próbie trójosiowego ściskania płaszczyzna poślizgu formuje się swobodnie, stosownie do stanu naprężenia i struktury materiału, podczas gdy w próbie bezpośredniego ścinania kierunek poślizgu jest wymuszony. W tym ostatnim teście proces ścinania jest ponadto komplikowany przez niejednorodny stan odkształcenia i anizotropię materiału; wymuszane są przemieszczenia i obroty pojedynczych ziaren. Na rysunku 13c przedstawiono schematycznie te dwie składowe makroskopowo obserwowanego procesu ścinania. Minimum kąta tarcia ϕ otrzymane metodą bezpośredniego ścinania należy interpretować jako wynik optymalnego układu przestrzennego ziaren w warunkach wymuszonego kierunku ścięcia próbki.

Wyniki opisanych eksperymentów pozwalają sformułować kilka uwag metodycznych dotyczących technik pomiarowych. Ze względu na stosunkowo duże rozmiary ziaren zaleca się powiększenie wymiarów próbki, w stosunku do stosowanych standardowo dla gruntów i gleb. Wydaje się, że wymiary zastosowane w omawianych tu badaniach (próbka trójosiowa D=150 mm, H=300 mm, próbka w teście bezpośredniego ścinania D=210 mm, H=120 mm) są wystarczające. Szczególnie wartą zalecenia do pomiarów kąta tarcia wewnętrznego jest metoda trójosiowego ściskania, chociaż w przypadku ziaren kulistych mniej złożony test bezpośredniego ścinania daje zbliżone wartości wyników. Za zaleceniem metody trójosiowego ściskania przemawia również fakt, że była ona często stosowana do wyznaczania parametrów teoretycznych i empirycznych modeli opisujących zależność naprężenie-odkształcenie. Metodę tę zastosowali Zhang i in. (1986) oraz Li i in. (1989) do wyznaczenia parametrów sprężysto-plastycznego modelu adaptowanego przez autorów do opisu zależności naprężenie-odkształcenie w ziarnie pszenicy. W modelu tym, sformułowanym przez Lade'go (Lade i in, 1987) dla bezkohezyjnego piasku, całkowity przyrost odkształcenia wywołany przyrostem naprężenia równy jest sumie trzech składników: przyrostu odkształcenia sprężystego, przyrostu odkształcenia plastycznego

wywołanego naprężeniem normalnym oraz przyrostu odkształcenia plastycznego wywołanego dewiatorem naprężenia. Wartości parametrów modelu, wyznaczone z testów trójosiowego ściskania, umożliwiają dokładny opis reakcji ośrodka na inne warunki obciążenia. Do opisu anizotropii oraz histerezy w zależności naprężenie-odkształcenie w przypadku wielokrotnych obciążeń ziarna pszenicy Zhang i inni (1988) zastosowali sprężysto - plastyczny model uwzględniający gęstościowe i kinematyczne wzmocnienie ośrodka. Do wyznaczenia wartości parametrów tego modelu zastosowano również metodę trójosiowego ściskania. Podobnie metodę trójosiowego ściskania zastosowali Zhang i Jofriet (1993) do wyznaczenia parametrów sprężysto-plastycznego modelu opisującego zależność naprężenie-odkształcenie dla nasion soi oraz kukurydzy.

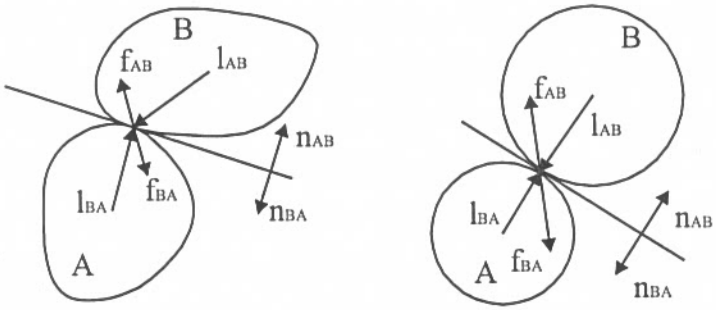
3.3. Opis mikrostrukturalny ośrodka sypkiego

Dla wielu zagadnień, w których istotna jest struktura wewnętrzna złoża, opis mechaniki ośrodków ciągłych, uśredniający cechy materiału w całej objętości, przestał być wystarczający. Pojawiły się modele mikromechaniczne uwzględniające orientację przestrzenną pojedynczych cząstek w obszarze próbki. W ujęciu strukturalnym mechaniki ośrodków ziarnistych opis zmiennych makroskopowych (naprężeń i odkształceń) wywodzi się z analizy zmiennych mikroskopowych (odkształceń i względnych ruchów cząstek oraz konfiguracji sił kontaktowych). Pierwszy, szerszy zestaw prac prezentujących to ujęcie opublikowano w materiałach konferencyjnych Amerykańsko-Japońskiego seminarium nt. mechaniki materiałów ziarnistych, które odbyło się w Sendai w 1978 roku (Oda, 1978; Konishi, 1978; Satake, 1978). Od tego czasu nasilił się rozwój mechaniki mikrostrukturalnej materiałów ziarnistych. Wydzieliły się specjalistyczne kierunki, a do ważnych publikacji można zaliczyć: Bathurst i Rothenburg (1988); Ballendran i Nemat-Naser (1993); Chang i Misra (1990); Chang i in. (1992); Christoffersen i in. (1981); Jahedi i in. (1990); Kanatani (1981); Kitamura (1980), (1981a,b); Koenders i Stefanovska (1993); Mehrabadi i Nemat-Naser (1982); Satake (1982); Walton (1987). Zwolennicy podejścia mikro-strukturalnego (np. Kanatani, 1981) zwracają uwagę, że ujęcie ciągłości ogólnej daje opis makroskopowy, jednak rozważania z natury rzeczy muszą być ograniczone do

zagadnień formalnej mechaniki ośrodka ciągłego. Stałe materiałowe występujące w teoriach pozostają niezdefiniowane, a założenia co do modeli konstytutywnych nie mogą być interpretowane w odniesieniu do właściwości mikroskopowych pojedynczych ziaren tworzących ośrodek. W ujęciu kontinuum mikrostrukturalnego (np. Chang i Ma, 1990; Granik i Ferrari, 1993) odkształcenie i naprężenie są definiowane w oparciu o wielkości mikroskopowe z uwzględnieniem mikrostruktury i dyskretnej natury materiału. Z zastosowaniem pojęć naprężenia i odkształcenia rozwiązywany jest problem wartości granicznych na poziomie makrodomen, w miejsce rozwiązywania go na poziomie pojedynczych ziaren. Naprężenia ogólne wyrażane są przez tensor upakowania odzwierciedlający stochastyczną strukturę wewnętrzną materiału ziarnistego. Skuteczność takiego potraktowania materiału w dwu wymiarach wykazali na przykład Christoffersen i in. (1981) czy Chang i Ma (1990). Pierwszym krokiem w konstruowaniu modelu jest wyprowadzenie podstawowej zależności makroskopowego naprężenia od mikroskopowego rozkładu sił kontaktowych. Wygodnym i najczęściej stosowanym na tym etapie narzędziem jest zasada prac przygotowanych. Zakłada ona, najogólniej ujmując, że całkowita praca wykonana przez mikroskopowe siły międzyziarnowe jest równa pracy wyrażonej jako zmiana wartości zmiennych makroskopowych. Z tak uzyskanej zależności dedukuje się prawo płynięcia, które wiąże lokalne poślizgi cząstek z ogólnym załamaniem się wytrzymałości materiału. Niniejsze opracowanie w dalszej części ogranicza się do badania stanu równowagi statycznej materiału dlatego bardziej szczegółowo zostanie opisany tylko pierwszy krok konstruowania ogólnego modelu, tzn. opis związku pomiędzy mikroskopowym rozkładem sił kontaktowych, a ogólnym stanem naprężeń. Modele mikromechaniczne, na dzisiejszym etapie swojego rozwoju, dotyczą najczęściej idealizowanego materiału utworzonego ze sztywnych kul o jednakowej średnicy, a weryfikowane są zwykle na modelu dwuwymiarowym. Problem samego opisu geometrycznego rozmieszczenia cząstek w przestrzeni okazał się niezwykle skomplikowanym i, mimo licznych prób, nie znaleziono zadawalającego rozwiązania. Przyjmuje się (np. Kanatani, 1981), że pojedyncza cząstka w stanie równowagi statycznej styka się z kilkoma cząstkami sąsiednimi. Liczba kontaktów przypadających na cząstkę nazywana jest

liczbą koordynacyjną cząstki. Każdy fizyczny kontakt wprowadza dwa kontakty do układu. Średnia liczba koordynacyjna układu wyraża się jako: $N_t = Mv/N$. Mv oznacza całkowitą liczbę kontaktów w objętości materiału, zaś N oznacza całkowitą liczbę cząstek. Liczbę N można również wyrazić w funkcji udziału frakcji stałej U w objętości V materiału jako $N = \frac{U}{\frac{4}{3}\pi a^3}$ i wyrażenie to definiuje promień kuli równoważnej a, reprezentującej w sensie statystycznym wszystkie cząstki regionu materiału o objętości V.

Liczba koordynacyjna N_t nie daje pełnego opisu upakowania cząstek, ponieważ nie niesie informacji o ich wzajemnych orientacjach. Opis tego aspektu mikrostruktury wymaga wprowadzenia dodatkowych parametrów (Bathurst i Rothenburg, 1988). Wprowadza się (rys. 15) pojęcie normalnej kontaktu $\mathbf{n}^c$ tzn. skierowanej na zewnątrz normalnej do płaszczyzny stycznej w punkcie kontaktu cząstek. Względną częstość kontaktów o różnej orientacji normalnych można opisać rozkładem orientacji kontaktów $E(\theta)$ tak, że $MvE(\theta)$ jest liczbą kontaktów z normalnymi zawartymi pomiędzy θ i $\theta + \Delta\theta$ (Horne, 1965). Opis cząstek o dowolnym kształcie wymaga identyfikacji kontaktów poprzez wektory kontaktu. W każdym kontakcie wektor kontaktu $\mathbf{l}^c$ jest skierowany od środka masy cząstki do punktu kontaktu z cząstką sąsiednią. Rozkład długości i orientacji wektorów kontaktowych zawiera w sobie informacje o kształtach cząstek. W przypadku kul (lub dysków) kierunki wektorów kontaktu są zbieżne z kierunkami normalnych kontaktowych, zaś długość wektorów kontaktu jest równa promieniowi cząstki. Średni tensor naprężenia



Rys. 15. Normalne, wektory i siły kontaktowe

w układzie dwuwymiarowym, jako suma sił kontaktowych $\mathbf{f}^c$ wyraża się związkiem:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{c \in V} f_i^c l_j^c \quad i,j = 1,2 \tag{3.1}$$

Wielkości f_i^c oraz l_j^c to składowe skalarne sił kontaktowych $\mathbf{f}^c$ i wektorów kontaktowych $\mathbf{l}^c$ w poszczególnych punktach kontaktu. Równoważne wyrażenia proponowali Dantu (1968) oraz Christoffersen i in. (1981). Obliczenie średniego tensora naprężenia z zależności (3.1) wymaga dokładnej znajomości sił i wektorów kontaktu wszystkich cząstek układu. Bathurst i Rothenburg (1988) proponują uproszczenie wyrażeń przez rozważanie średnich wartości dla zgrupowanych zbiorów ziaren. Kontakty są grupowane w skończoną liczbę przedziałów zależnie od orientacji normalnych w punktach kontaktu i można wówczas wyznaczyć średnie w poszczególnych grupach $\overline{f_i^c l_j^c}(\theta_g)$. Tensor naprężenia można wtedy wyrazić jako:

$$\sigma_{ij} = \frac{M_v}{V} \sum_{\theta_g} \overline{f_i^c l_j^c}\,(\theta_g)\, E(\theta) \Delta\theta\,. \tag{3.2}$$

Po przyjęciu założeń, że $V \to \infty$, $M_v \to \infty$ i $\Delta\theta \to 0$ wyrażenie (3.2) w formie całkowej przyjmuje postać:

$$\sigma_{ij} = \frac{M_v}{V} \int_0^{2\pi} \overline{f_i^c l_j^c}(\theta) E(\theta) d\theta \tag{3.3}$$

W przypadku układów izotropowych wektory kontaktu i siły kontaktowe mają identyczne kierunki, a wyrażenie opisujące tensor naprężenia upraszcza się do:

$$\sigma_{ij} = \frac{m_v \overline{l_o}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{f_i^c}\,(\theta) n_j(\theta) d\theta \tag{3.4}$$

Czynnik $m_v = M_v/V$ wprowadzony dla uproszczenia zapisu wyraża gęstość kontaktów odniesioną do pola powierzchni układu.

Związek (3.3) można zastosować do wyznaczenia średniego tensora naprężenia w całym układzie cząstek jak i w wybranych jego regionach. Konieczna jest jednak wiedza

o strukturze upakowania cząstek z uwzględnieniem gęstości i orientacji kontaktów. Model oparty na powyższych założeniach był testowany numerycznie dla płaskich układów cząstek kolistych (Bathurst i Rothenburg, 1988) oraz eliptycznych (Rothenburg i Bathurst, 1992). Autorzy uznali, że model skutecznie wyjaśnia niektóre aspekty mechaniki materiałów ziarnistych. Eksperymenty numeryczne wykazały, że układy cząstek eliptycznych są bardziej stabilne niż układy cząstek kulistych, co może być związane z ich większą gęstością początkową. Siły kontaktowe, we wstępnie uformowanym układzie, nie mają preferowanej orientacji przy obciążeniu hydrostatycznym. W stanie krytycznym przy obciążaniu dwuosiowym (σ_1 - pionowe naprężenie ściskające) gdy $\sigma_1 > \sigma_2$ siły kontaktowe działające w kierunku pionowym są większe niż siły działające w kierunku poziomym. Większe są zatem siły działające w kierunku większego naprężenia głównego. Równocześnie zmniejsza się średnia wartość sił działających w kierunku poziomym, mimo iż naprężenie poziome σ_1 nie zmienia wartości. Kontakty w układzie można podzielić na grupy pod względem orientacji kontaktów tak, że dana grupa zawiera kontakty o orientacji $\theta + d\theta$. W trakcie deformacji zmienia się zarówno liczba kontaktów w danej grupie jak i średnia siła kontaktowa w tej grupie.

4. Aparatura i metoda

4.1. Wybrane metody wyznaczania naporu materiału sypkiego

Pod koniec XIX wieku silosy znalazły szerokie zastosowanie w magazynowaniu zbóż. Z tego okresu pochodzą pierwsze badania obciążeń podyktowane potrzebą optymalnego projektowania. Jedne z pierwszych badań obciążeń pochodzących od ziarna zgromadzonego w silosie przeprowadził w 1892 roku Roberts (wg Ketchum, 1919). Zastosował on zestaw dźwigni do pomiaru naporu na ściany. Autor podaje, że napotkał poważne trudności w zastosowaniu tego mechanizmu, związane ze sprężystością ziarna i koniecznym ruchem dźwigni. Roberts uczynił ważne spostrzeżenie, że w czasie napełniania silosu po przekroczeniu wysokości słupa ziarna, równej dwu wymiarom jego średnicy, napór na dno nie przyrasta. W tym też czasie Janssen (1895) oparł dno modelowego silosu na podporach ustawionych na platformie wagi. Ściana silosu zamocowana była do dwu poziomych belek, których końce spoczywały na podnośnikach śrubowych umieszczonych poza platformą. W czasie napełniania zbiornika mierzono udział ciężaru ziarna spoczywający na dnie. Za pomocą tego układu autor zweryfikował wyprowadzone przez siebie wyrażenie, znane pod nazwą równania Janssena - do dziś szeroko stosowane w obliczeniach konstrukcyjnych silosów. W roku 1900 Jamieson zastosował do pomiaru naporu poziomego i pionowego pierwsze przetworniki membranowe (wg Ketchum, 1919). Płaski cylindryczny przetwornik wypełniony był wodą, a jego powierzchnię czynną stanowiła membrana gumowa. Wnętrze czujnika połączone było, przez tylną ścianę, cienkim przewodem z manometrem rtęciowym. Eksperymenty Jamiesona potwierdziły użyteczność równania Janssena i pozwoliły na oszacowanie fluktuacji naporu poziomego w czasie opróżniania silosu. W 1943 roku bracia Reimbert (1963) przedstawili wyniki swoich eksperymentów na modelach silosów i własną teorię obliczania naporu na ściany i dno silosu. W eksperymentach tych wykazali występowanie parć dynamicznych w trakcie opróżniania. W latach 1952 i 1953 Reimbertowie (1963) zamontowali tensometry w ścianach nowo budowanych silosów betonowych i wykonali pomiary naporu poziomego. Zaprojektowali też urządzenie odciążające w postaci perforowanej cylindrycznej rury umieszczonej w osi zbiornika, która zapewniała przepływ

bez dynamicznych przyrostów naporu w czasie opróżniania silosu. Pomiary naporu za pomocą tensometrów, klejonych na ścianie lub elementach wzmacniających konstrukcję, stały się szczególnie popularne w zastosowaniu do silosów wykonanych z blachy stalowej, gdzie odkształcenie cienkiej ściany pozwala na stosunkowo dokładny pomiar. North (1954) jako jeden z pierwszych skonstruował i zastosował membranowy przetwornik tensometryczny do pomiaru naporu ziarna. Element czynny przetwornika stanowiła belka zginana w formie prostokątnej płytki stalowej o wymiarach 58 mm x 19 mm i grubości 2,6 mm z naklejonym opornikiem drutowym. Płytka opierała się na drewnianym korpusie, a od strony ziarna przykryta była gumową osłoną. Do cechowania przetworniki umieszczano w szczelnych workach plastikowych, z których wypompowywano powietrze mierząc równocześnie podciśnienie. Sporządzano krzywe cechowania w formie wykresów zależności odkształcenia płytki od zmierzonego podciśnienia. Przetworniki rozmieszczono wzdłuż średnicy dna silosu i wzdłuż wysokości ściany. Badania Northa dotyczyły silosów z blachy falistej i były przeprowadzone w początkowym okresie ich eksploatacji, kiedy zaobserwowano rosnącą liczbę uszkodzeń typu „akordeon". Autor ustalił, że przyczyną uszkodzeń był dynamiczny przyrost obciążeń po szybkim otwarciu wylotu silosu. Tensometryczne przetworniki membranowe są chętnie stosowane do dzisiaj, mimo licznych wątpliwości co do wiarygodności uzyskiwanych wyników. Współczesne przetworniki wyposażone są w element czynny w kształcie koła, co eliminuje niejednorodność rozkładu naporu, występującą w płytkach o kształcie wielokąta. Stosowane są rozwiązania konstrukcyjne z membraną podatną bądź z płytką sztywną. W przypadku zastosowania membrany podatnej (np. Deutsch i Schmidt, 1969; Aoki i Tsunakawa, 1969a,b; Galili i Thompson, 1990) tensometry klejone są wzdłuż kilku promieni membrany, położonych w równej odległości kątowej. W przypadku płytki sztywnej siła nacisku jest przekazywana na przetwornik siły. Stosowane są przy tym przetworniki siły rozmaitej konstrukcji. Marchant i Westgate (1982) zainstalowali w ścianie zbiornika sztywną płytkę dopasowaną do wewnętrznej powierzchni ściany. Do płytki wzdłuż osi zamocowano sworzeń, opierający się drugim końcem na komercyjnym przetworniku siły, zamocowanym za pomocą jarzma do ściany zbiornika. Pod naporem ziarna

przetwornik siły ugina się i powoduje przemieszczenie płytki na zewnątrz silosu, co prowadzi do zaniżonego odczytu wartości naporu. W pomiarach z ziarnem jęczmienia i przy średnicy płytki równej 106 mm błąd wartości mierzonego naporu wynosił około 1,5% na jeden mikrometr ugięcia płytki. Autorzy stwierdzili, że błąd pomiaru zależy liniowo od ugięcia przetwornika i wykazuje pomijalnie małą histerezę. Zalecili też korygowanie wyników pomiarów prowadzonych omawianą metodą. Šmid i Kabatkova (1992) zastosowali przetwornik naporu, umożliwiający równoczesny pomiar naporu normalnego i stycznego do ściany zbiornika. Element czynny przetwornika to kołowa płytka, uzupełniająca wycięcie w ścianie zamocowana bezpośrednio do pierścienia pomiarowego. Na pierścieniu ściskanym pod wpływem naporu naklejono tensometry, a elektroniczny układ pomiarowy umożliwił oddzielenie sygnału stycznej siły tarcia od sygnału siły normalnej pochodzącej od naporu poziomego. Podobnie Kamiński (1986) mierzył równocześnie napór poziomy i towarzyszący mu styczny napór tarcia. Zasadniczymi elementami zastosowanego przetwornika były dwa stalowe płaskowniki połączone z rurką zamocowaną sztywno w uchwycie. Do końców płaskowników zamocowano płytkę, do której przykręcano krzywoliniowe powierzchnie czynne przetwornika, dopasowane kształtem do krzywizny wewnętrznej powierzchni ściany silosu. Na jednym z płaskowników naklejono tensometry do pomiaru siły stycznej, zaś tensometry naklejone na rurce stalowej służyły do pomiaru siły normalnej pochodzącej od naporu poziomego ziarna. Podobnej konstrukcji przetwornik do pomiaru siły stycznej zastosowali Askegaard i Münch-Andersen (1985), przy czym znaczna część powierzchni płytki opierała się na 0,5 mm grubej warstwie gumy silikonowej dla zmniejszenia wpływu naporu poziomego, a szczelina między ścianą a płytką wypełniona była gąbką. Obszerny przegląd przetworników naporu gruntu, stosowanych w inżynierii budowlanej, zawiera praca Kobielaka (1991).

Ważnym czynnikiem utrudniającym otrzymanie wiarygodnych wyników pomiarów jest podatność elementu czułego. Wskazywano również na właściwości materiału ziarnistego jako źródło błędów pomiarowych. Badania Blighta i Halmagiu (1995) wykazały jednak, że w zakresie niewielkich wartości naporu spotykanych w silosach, czynnik ten

ma niewielki wpływ na wyniki pomiaru. Ci sami autorzy wnioskują, że najważniejszym czynnikiem wpływającym na dokładność pomiaru naporu jest podatność przetwornika pomiarowego. Teoretycznie doskonale sztywny przetwornik powinien zapewnić pełną dokładność pomiaru, niezależnie od sprężystości materiału ziarnistego, w którym jest umieszczony. Sposób cechowania również może wpływać na wyniki pomiarów. Komora kalibracyjna powinna być możliwie największa w stosunku do wymiarów przetwornika, aby zniwelować wpływ ścian. Autorzy zalecają kołowy kształt komory, jako zapewniający najmniejszy obwód przy danym polu powierzchni przekroju poprzecznego. Zapewnia to najmniejszy wpływ tarcia o ścianę na wyniki pomiarów.

Napór materiału sypkiego na element czynny przetwornika przenosi się poprzez punkty kontaktu pojedynczych ziaren i dlatego istotny, dla dokładności pomiaru, jest stosunek wymiaru ziarna do średnicy membrany. Wraz z przyrostem wymiaru ziarna rośnie prawdopodobieństwo, że membrana nie będzie obciążona. Wymiar cząstek nie może też być zbyt mały, gdyż wtedy efekty kohezyjne zakłócają wynik pomiaru. Perry i Jangda (1970) zalecają by średnica membrany była przynajmniej dwudziestokrotnie większa od wymiaru ziarna.

Wątpliwości co do dokładności przetworników naporu lokalnego, wiedza o zmienności rozkładu naporu poziomego wzdłuż obwodu silosu oraz zmienność naporu pionowego wzdłuż promienia silosu skłoniły niektórych badaczy do zastosowania pomiaru naporu uśrednionego na większej powierzchni. Schwab i in. (1989) mierzyli rozkład naporu pionowego na dno i naporu poziomego na ściany pełnowymiarowego silosu zbożowego. Napór poziomy mierzono przy pomocy tensometrów naklejonych na różnych poziomach wzdłuż wysokości ściany silosu. W celu pomiaru rozkładu naporu pionowego dno zbiornika podzielono na pięć koncentrycznych pierścieni o równym polu powierzchni. Każdy z pierścieni oparto na kilku tensometrycznych przetwornikach siły. Wyniki pomiarów przedstawiono w formie uśrednionych po obwodzie silosu wartości naporu poziomego, wzdłuż wysokości ściany i pionowego, wzdłuż promienia dna. Na pomiarze naporu uśrednionego opiera się również konstrukcja Kwade i in. (1994a) standardowego aparatu do określania ilorazu naporu. Próbka materiału mieści się w pierścieniu

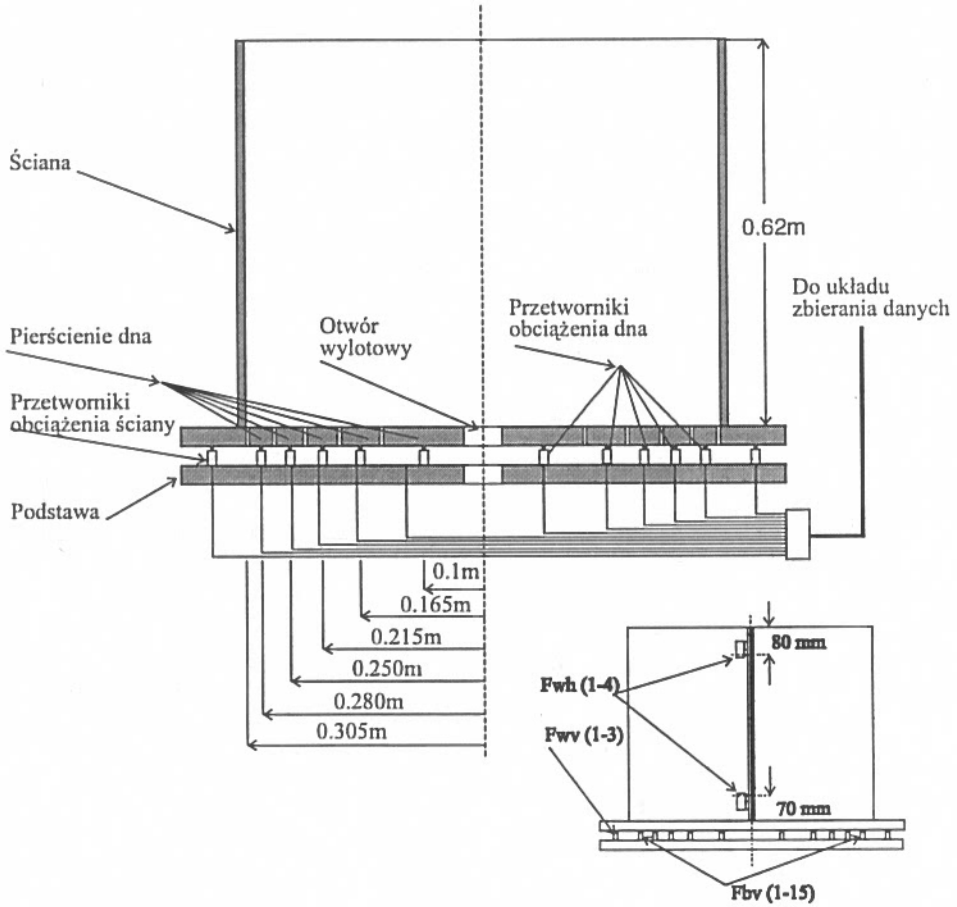
aluminiowym o średnicy wewnętrznej 149 mm i wysokości 40,5 mm. Na całym obwodzie ściany pierścienia o grubości 0,8 mm naklejone są tensometry. Pierścień pomiarowy połączony jest ze sztywnym pierścieniem, stanowiącym korpus aparatu. W dnie korpusu o grubości 19,5 mm wykonano otwór o średnicy 149 mm tak, że wysokość próbki materiału wynosi 60 mm. Próbka obciążana jest grawitacyjnie przez sztywną pokrywę spoczywającą na powierzchni ziarna. Autorzy nadali przyrządowi nazwę „lambdametr" i wykonali pomiary na 41 materiałach ziarnistych (Kwade i in., 1994b). Uzyskane wyniki potwierdziły przydatność zastosowanego urządzenia do okre-ślania ilorazu naporu materiałów rozdrobnionych.

Niewielu eksperymentatorów mierzyło naprężenia wewnątrz materiału sypkiego. Spowodowane to było trudnościami z manewrowaniem przetwornikiem oraz z zakłócaniem przezeń pola naprężeń. Perry i Jangda (1970) zastosowali czujnik ciśnienia z nadajnikiem radiowym, który poruszał się w swobodnie płynącym materiale w modelowym zbiorniku i mierzył ciśnienie w jednym kierunku. Nadajnik miał niewielki zasięg (0,45 m) i nie mógł być stosowany w zbiornikach metalowych, ponieważ sygnał wyjściowy był przenoszony drogą radiową. Askegaard (1978) skonstruował i testował przetwornik naporu normalnego w formie plastikowego pojemnika, wypełnionego olejem silikonowym. Pojemnik wykonano z dwu kwadratowych płytek miękkiego PCW o wymiarach 100 mm x 100 mm, zgrzanych na brzegach. Napór materiału ziarnistego na pojemnik z olejem powodował przyrost ciśnienia oleju. Ciśnienie mierzono za pomocą miniaturowego przetwornika, który zamknięto w pojemniku, a przewody elektryczne wyprowadzono na zewnątrz. Clower i in (1973) badali zmienność ilorazu naporu k w pulpie cukrowniczej, mączce kukurydzianej, pszenicy i soi poprzez przesuwanie metalowych taśm w kierunku pionowym i poziomym w poddanej ciśnieniu masie badanego materiału. Nichols (1987) opracował przetwornik do pomiaru naprężenia normalnego w trzech kierunkach, umożliwiający wyznaczenie stanu naprężenia w glebie. Przetwornik testowano pod obciążeniem hydrostatycznym na dwu typach gleby i modyfikowano dla zapobieżenia przepływu gleby między elementami mierzącymi. Harris i Bakker (1994) zastosowali zmodyfikowany przetwornik Nicholsa do wyznaczania stanu naprężeń w glebie,

pod kołami ciągnika. Uzyskali zadowalającą dokładność pomiarów w glebie o wilgotności powyżej 55%. W glebie suchej otrzymywali wartości naprężeń niższe niż rzeczywiście występujące. Atewologun i in. (1989) zaprojektowali i testowali przetwornik naporu zanurzany w masie ziarna soi, w zbiorniku modelowym. Przetwornik, z trzema czujnikami membranowymi, był utrzymywany w ustalonym położeniu przez metalowy pręt, podczas gdy obciążenie działało na powierzchnie czynne. Autorzy relacjonowali trudności związane ze zginaniem pręta oraz z zawieszaniem się materiału nad czujnikami. Law i in. (1992) skonstruowali i testowali zanurzany przetwornik w kształcie sześcianu o boku 5 cm. W trzech sąsiednich ścianach zamontowano przetworniki ciśnienia, a wewnątrz sześcianu zamontowano dwa akcelerometry silikonowe. Przetworniki mierzyły jedno pionowe i dwa poziome naprężenia normalne, a sygnał z akcelerometrów opisywał obrót sześcianu względem dwu poziomych osi. Układ skutecznie zastosowano do wyznaczania ilorazu naporu poziomego do pionowego ziarna pszenicy i jęczmienia w cylindrycznym silosie.

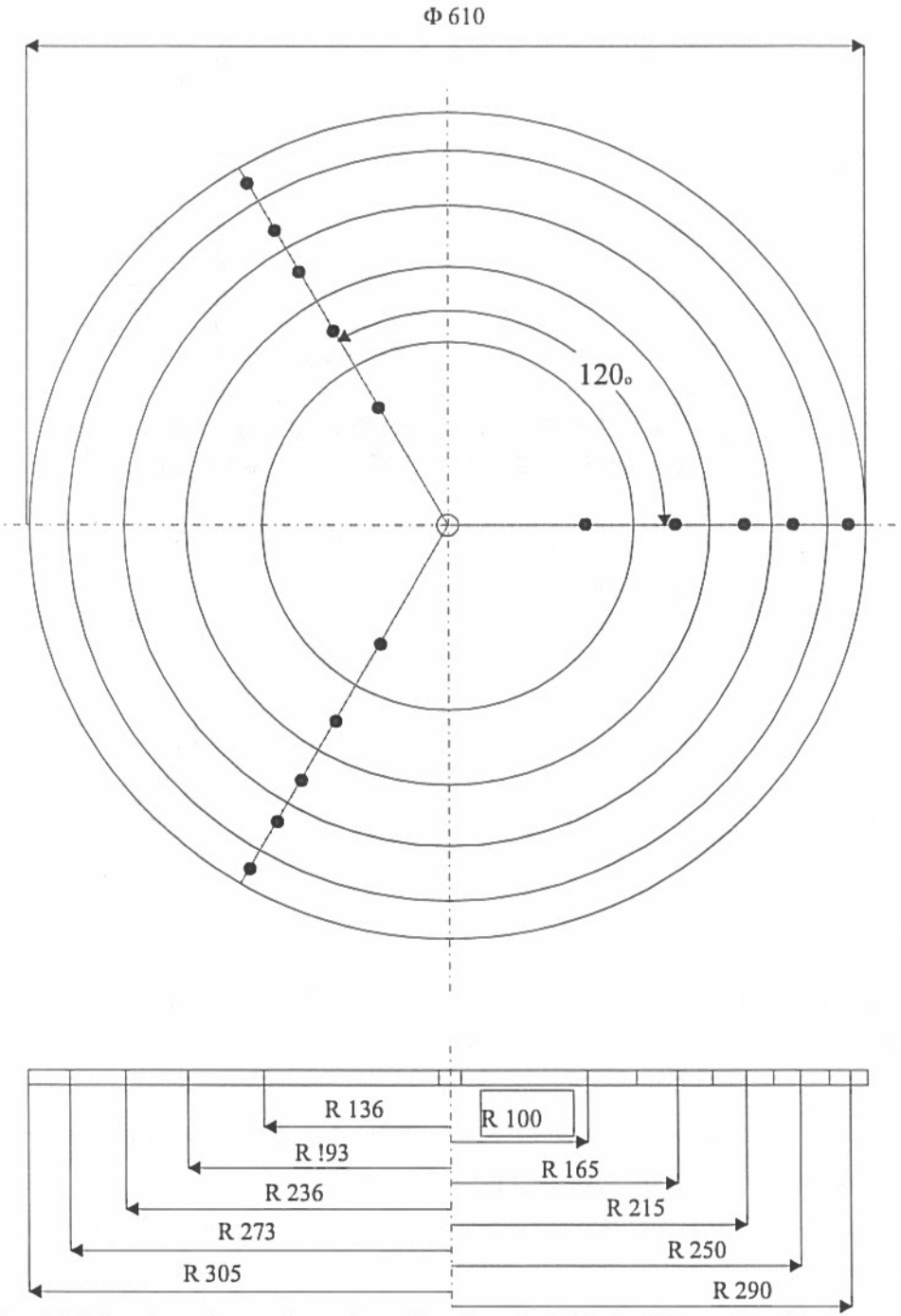
4.2. Stanowisko pomiarowe

Przyjęto, że dla potrzeb tej pracy pomiary prowadzone będą na walcowym wycinku warstwy ziarna o średnicy i wysokości 610 mm. Analiza literatury i własne doświadczenie wskazywały, że są to wymiary wystarczające w stosunku do wymiaru charakterystycznego ziarna pszenicy. Stosunkowo niewielka próbka pozwoliła ograniczyć koszty budowy stanowiska i samych pomiarów. Zrezygnowano z przetworników naporu lokalnego na rzecz pomiaru naporu uśrednionego na większych powierzchniach. Przyczyną takiego wyboru był brak niezawodnych przetworników oraz zakłócenia pola naprężeń przez przetworniki zanurzone w materiale. Schemat układu pomiarowego przedstawia rys. 16. Płaskie dno zbiornika składało się z pięciu koncentrycznych pierścieni o równym polu powierzchni. Pierścienie wykonano z blachy stalowej o grubości 12 mm i wzmocniono płaskownikiem stalowym o wymiarach przekroju 10 mm x 25 mm (w celu minimalizacji ugięcia między punktami podparcia). Każdy z pierścieni oparto na trzech tensometrycznych przetwornikach siły. Schemat dna i rozmieszczenie



Rys. 16. Schemat układu pomiarowego

przetworników przedstawia rys. 17. Przetworniki zamocowano do płyty stalowej o grubości 23 mm. Taka konstrukcja dna umożliwia pomiar, uśrednionego wzdłuż obwodu, rozkładu wzdłuż promienia naporu pionowego $\sigma_z(r)$ i całkowitego pionowego obciążenia dna. Ścianę zbiornika oparto na trzech tensometrycznych przetwornikach siły, za pomocą których mierzono pionowe obciążenie pochodzące od sił tarcia. W różnych wariantach eksperymentu stosowano trzy rodzaje ścian. W pomiarach rozkładu naporu pionowego wzdłuż promienia dna stosowano cylindryczną ścianę z blachy stalowej cynkowanej



Rys. 17. Schemat rozmieszczenia przetworników siły pod pierścieniami dna modelu zbiornika

o wysokości 600 mm i grubości 0,8 mm. Zachowanie kształtu kołowego przekroju ściany zapewniały dwa pierścienie usztywniające, wykonane z płyty wiórowej, przyklejone w pobliżu górnej i dolnej krawędzi ściany. Pierścienie usztywniające połączone były sześcioma prętami dystansowymi, z których trzy wykorzystano do oparcia ściany na tensometrycznych przetwornikach siły. W celu zbadania wpływu szorstkości ściany na rozkład naporu pionowego na dno zbiornika zastosowano ścianę identycznej konstrukcji, lecz jej powierzchnia wewnętrzna wyklejona była papierem ściernym o granulacji 120. Dla pomiarów naporu poziomego cylindryczną ścianę podzielono na połowy wzdłuż przekroju pionowego. Połowy walca wykonano z blachy stalowej cynkowanej o grubości 3 mm i połączono wzdłuż tworzącej za pośrednictwem czterech tensometrycznych przetworników siły. W celu zwiększenia naprężeń w złożu, ponad wynikające z ciężaru ziarna wykonano pokrywę o konstrukcji identycznej jak dno zbiornika, którą obciążano grawitacyjnie. Obciążenie warstwy za pomocą pokrywy umożliwiło wyznaczenie rozkładu pionowego naporu na górnej i dolnej powierzchni ziarna oraz wartości średniej poziomego i pionowego naporu na ścianę. Oddzielne podparcie ściany umożliwiało ponadto zmiany warunków brzegowych naporu stycznego na ścianę. W ten sposób symulowano stan naporu stycznego jaki istnieje w końcowej fazie opróżniania zbiornika, kiedy uwalniana z ziarna energia sprężysta powoduje zmianę zwrotu siły tarcia o ścianę. W najszerszej konfiguracji w układzie pomiarowym pracowały 34 przetworniki siły, które przyłączone były do systemu zbierania danych.

4.3. Sposób wyznaczania wartości naporu pionowego i naprężeń stycznych

Przedstawiony układ pomiarowy umożliwiał wyznaczenie średniego naporu pionowego na każdy z pierścieni, średniego naporu pionowego na dno σ_z, średniego naporu stycznego na ścianę τ_t i średniego naporu normalnego na ścianę σ_n:

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^{i=4} F_{whi}}{2RH}, \tag{4.1}$$

$$\tau_t = \frac{\sum_{i=1}^{i=3} F_{wvi}}{2\pi RH}, \tag{4.2}$$

$$\sigma_z = \frac{\sum_{i=1}^{i=15} F_{bvi}}{\pi R^2} \tag{4.3}$$

gdzie:

F_{whi} - wskazania przetworników siły łączących połowy ściany zbiornika, N

F_{wvi} - wskazania przetworników siły podpierających ścianę, N

F_{bvi} - wskazania przetworników siły podpierających pierścienie dna, N

R - promień zbiornika, m

H - wysokość złoża w zbiorniku , m.

Współczynnik tarcia o ścianę μ wyznaczano z następującej zależności:

$$\mu = \frac{\tau_t}{\sigma_n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=3} F_{wvi}}{\pi \sum_{i=1}^{i=4} F_{whi}}. \tag{4.4}$$

Wykorzystując wartość średniego naporu pionowego na dno obliczoną w oparciu o równanie (4.3) oraz wartość współczynnika tarcia o ścianę μ obliczoną w oparciu o równanie (4.4) wyznaczano średnią wartość ilorazu naporu k przez rozwiązanie numeryczne równania Janssena:

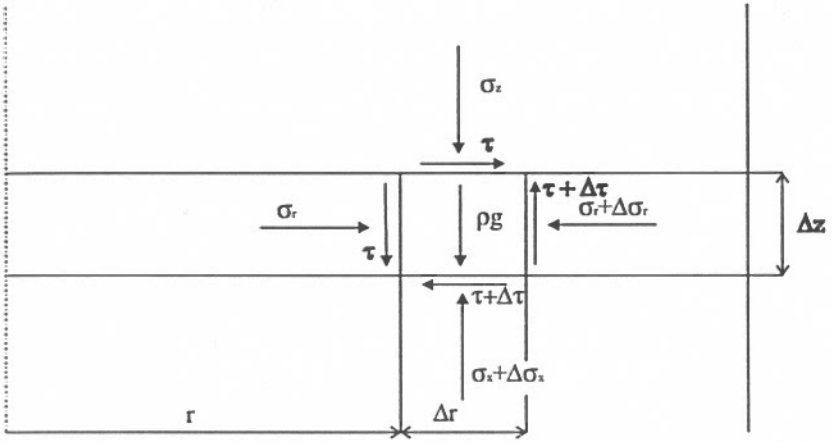
$$\sigma'_z = \frac{\rho g R}{2k\mu}\left[1 - \exp\left(-2k\mu \frac{H}{R}\right)\right], \tag{4.5}$$

gdzie:

ρ - gęstość ośrodka, kg/m^3

g - przyśpieszenie ziemskie, m/s^2.

Zbadajmy teoretyczny związek rozkładów naprężeń normalnych pionowych $\sigma_z(r)$ i stycznych pionowych $\tau(r)$, wzdłuż promienia zbiornika. Rozważmy równowagę sił działających w kierunku pionowym na wyróżniony w cylindrycznym złożu pierścień materiału o szerokości Δr i wysokości Δz. Rysunek 18 przedstawia fragment przekroju



Rys. 18. Rozkład naprężeń działających na elementarny pierścień materiału w cylindrycznej warstwie

pionowego zawierający wyróżniony element. Pionowe naprężenie ściskające σ_z działa na pierścień o polu powierzchni $A_r = \pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2 = \pi(2r\Delta r + \Delta r^2)$. Naprężenie styczne τ działa na powierzchni walcowej o polu $U_{wr} = 2\pi r$, zaś naprężenie styczne $\tau+\Delta\tau$ działa na powierzchni walcowej o polu $U_{zr} = 2\pi(r + \Delta r)$. Równanie równowagi sił w kierunku z przyjmuje postać:

$$-\sigma_z A_r + (\sigma_z + \Delta\sigma_z) A_r - \rho g \Delta z A_r - \tau U_{wr} \Delta z + (\tau + \Delta\tau) U_{zr} \Delta z = 0$$

Skąd:

$$\Delta\sigma_z A_r - \rho g \Delta z A_r + \tau (U_{zr} - U_{wr}) \Delta z + \Delta\tau U_{zr} \Delta z = 0$$

Po podzieleniu przez wspólny czynnik $\pi \Delta z \Delta r (2r + \Delta r)$ otrzymujemy:

$$\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta_z} + \frac{2}{2r + \Delta r}\tau + \frac{\Delta\tau 2(r + \Delta r)}{\Delta r 2r + \Delta r} - \rho g = 0 \qquad (4.6)$$

Kiedy Δz i Δr dążą do zera, wyrażenie (4.6) można zapisać jako równanie różniczkowe cząstkowe:

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau}{\partial r} + \frac{\tau}{r} - \rho g = 0. \qquad (4.7)$$

Naprężenia normalne i styczne mogą być funkcjami głębokości i odległości od osi $\sigma_z(r, z)$ oraz $\tau(r, z)$. Przyjmijmy, że każdą z tych zależności można wyrazić jako iloczyn dwóch funkcji, z których każda zależy tylko od jednej zmiennej: $\sigma_z(z,r) = \sigma_{z1}(z)\,\sigma_{z2}(r)$ oraz $\tau(z,r) = \tau_1(z)\tau_2(r)$

Wówczas: $\frac{\partial \sigma_z(z,r)}{\partial z} = \sigma_{z2}(r)\frac{d\sigma_{z1}(z)}{dz}$ oraz $\frac{\partial \tau_z(z,r)}{\partial r} = \tau_1(z)\frac{d\tau_2(r)}{dr}$ i wyrażenie (4.7) można zapisać jako:

$$\sigma_{z2}(r)\frac{d\sigma_{z1}(z)}{dz} + \tau_1(z)\frac{d\tau_2(r)}{dr} + \tau_1(z)\frac{\tau_2(r)}{r} - \rho g = 0 \tag{4.8}$$

Dla ustalonej wartości zmiennej z: $\frac{d\sigma_{z1}(z)}{dz} = \text{const} = C_1$ oraz $\tau_1(z_o) = C_2$ i wyrażenie (4.8) przybiera postać:

$$C_1\sigma_{z2}(r) + C_2\left[\frac{d\tau_2(r)}{dr} + \frac{\tau_2(r)}{r}\right] - \rho g = 0,$$

a po pominięciu indeksu 2 przy symbolach naprężeń i kolejnych przekształceniach:

$$C_1\sigma_z(r) + C_2\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau(r)\right) - \rho g = 0$$

Stąd

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau(r)\right) = \frac{\rho g - C_1\sigma_z(r)}{C_2}$$

i po zmianie oznaczeń stałych i scałkowaniu:

$$r\tau(r) = \int_0^r \left(B - C\sigma_z(r)\right) r dr \tag{4.9}$$

Zależność 4.9 może posłużyć do badania rozkładu $\tau(r)$ powstającego dla danego rozkładu promieniowego $\sigma_z(r)$. Na przykład dla często przyjmowanego założenia o stałości rozkładu promieniowego naprężenia normalnego $\sigma_z(r) = const = A$ zależność (4.9) można zapisać jako:

$$r\tau(r) = \int_0^r (B - CA) r dr = (B - CA)\frac{r^2}{2}$$

$$\tau(r) = \frac{(B - CA)r^2}{2r} = Kr .$$

Naprężenie normalne $\sigma_z(r) = const$ wytwarza w warstwie elementarnej liniowy rozkład $\tau(r)$, rosnący od zera do wartości maksymalnej przy ścianie cylindrycznego zbiornika. W przypadku liniowo malejącego ku ścianie rozkładu $\sigma_z(r) = B - Ar$ otrzymujemy $\tau(r) = C_1 r + C_2 r^2$, a więc rozkład rosnący parabolicznie od zera, w osi zbiornika, do wartości maksymalnej, przy ścianie. W przypadku liniowo rosnącego ku ścianie rozkładu $\sigma_z(r) = B + Ar$ otrzymujemy $\tau(r) = C_1 r - C_2 r^2$, przebieg w formie odwróconej paraboli z wartością zerową w osi zbiornika.

Przy założeniu stałości gęstości złoża wzdłuż promienia warstwy można oszacować wartość średnią naprężeń stycznych na myślowych walcowych przekrojach warstwy poprowadzonych przez linie graniczne między pierścieniami, co schematycznie zilustrowano na rys. 19. Naprężenie styczne na powierzchni wyobrażonego walca utworzonego na obwodzie najmniejszego pierścienia wyznaczyć można z następującego związku:

$$\tau_1 = \frac{\rho g V - (F_{bv1} - F_{bv2} - F_{bv3})}{2\pi r_1 H} \tag{4.10}$$

gdzie:

ρ - gęstość ośrodka obliczona jako iloraz sumy wskazań wszystkich przetworników siły podpierających pierścienie dna i ścianę przez objętość ośrodka

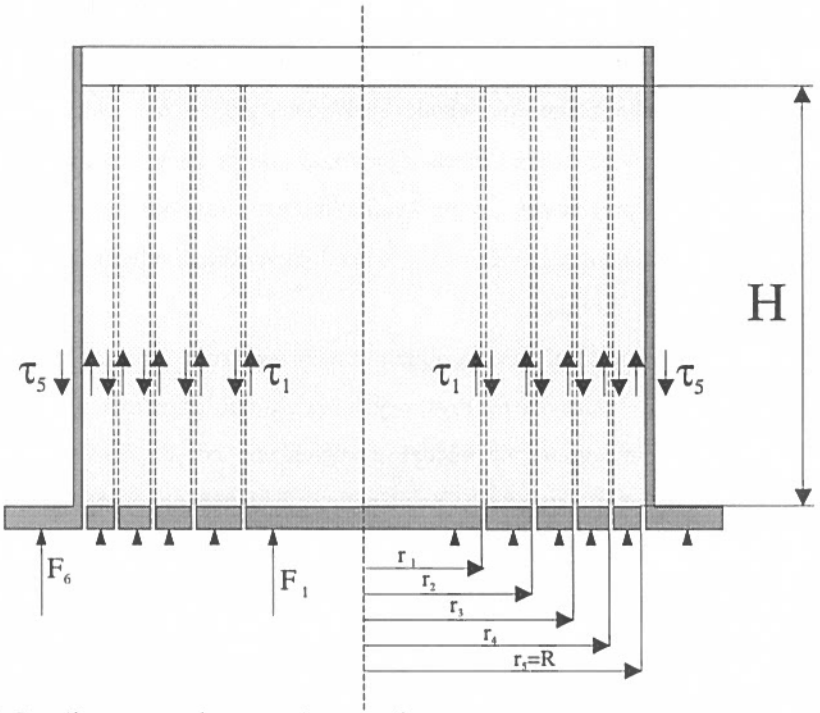
V - objętość ośrodka nad jednym pierścieniem równa 1/5 całkowitej objętości ośrodka

$F_{bv1,\ bv2,\ bv3}$ - wskazania przetworników 1, 2 i 3 podpierających wewnętrzny pierścień dna.

Wartość średnią naprężenia stycznego τ_2, na powierzchni tworzącej walca o podstawie utworzonej przez dwa pierścienie najbliższe osi zbiornika, można wyznaczyć w analogiczny sposób jako:

$$\tau_2 = \frac{2\rho g V - \left(F_{bv1} - F_{bv2} - F_{bv3} - F_{bv4} - F_{bv5} - F_{bv6}\right)}{2\pi r_2 H} \tag{4.11}$$

Z podobnych zależności można wyznaczyć naprężenia τ_3, τ_4 i τ_5 na powierzchniach pozostałych wyobrażonych walców.



Rys. 19. Sposób wyznaczania naprężeń stycznych

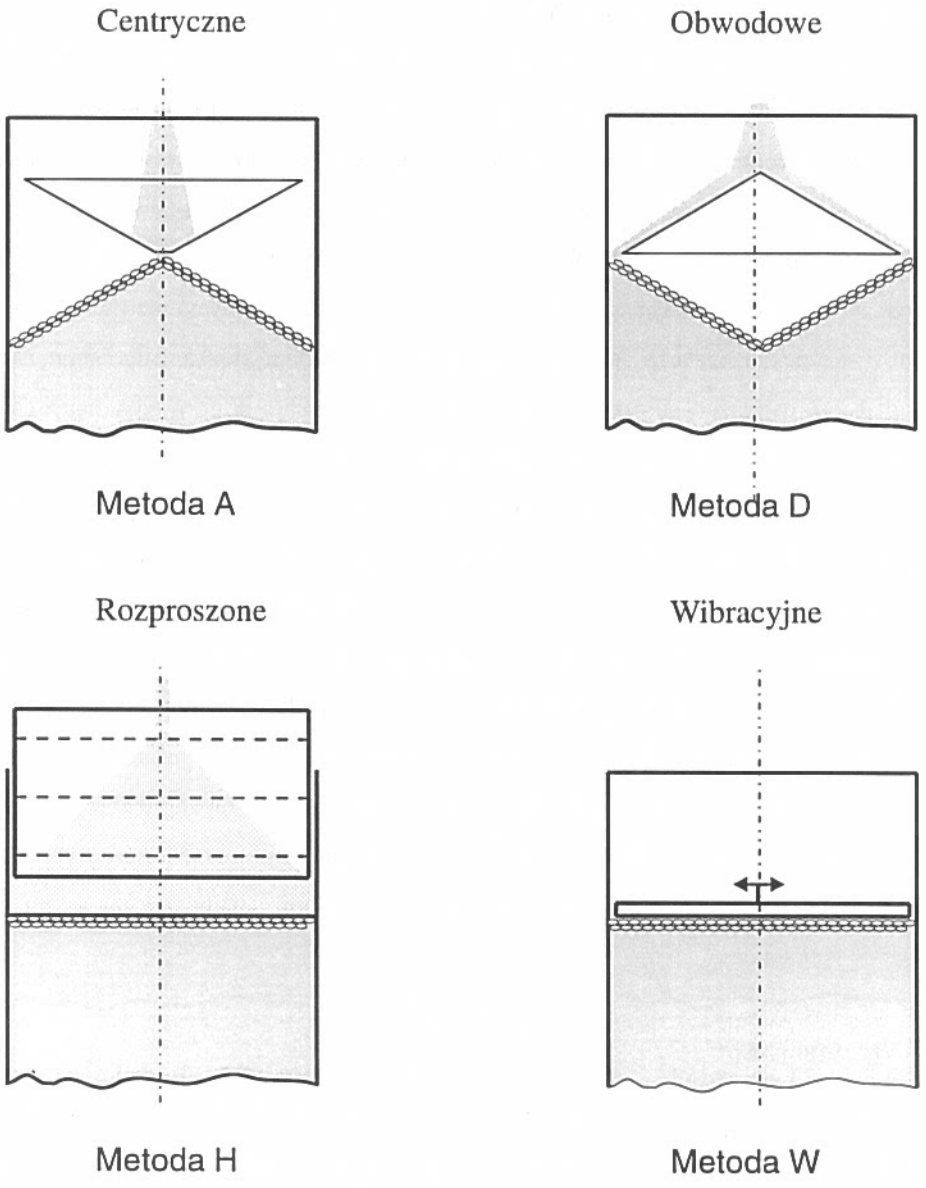
4.4. Sposoby napełniania zbiornika

Na podstawie licznych doniesień literatury oraz wcześniejszych badań własnych (Molenda i in., 1993, Molenda i in., 1995; Molenda i in., 1996) wybrano do eksperymentu metody napełniania zbiornika wyraźnie różnicujące właściwości mechaniczne powstającego złoża. Zastosowano cztery metody napełniania: zwartym strumieniem wzdłuż osi zbiornika (centryczne, metoda A), wzdłuż obwodu ściany zbiornika (obwodowe,

metoda D), strumieniem rozproszonym (rozproszone, metoda H) i przez zagęszczanie wibracyjne (metoda W). Do napełniania centrycznego zastosowano kosz zasypowy (rys. 20), w formie stożka z otworem o średnicy 40 mm w skierowanej ku podstawie zbiornika części wierzchołkowej. Kosz umieszczony wewnątrz zbiornika podnoszony był w miarę napełniania zbiornika tak, by jego odległość od wierzchołka stożka swobodnego usypu ziarna wynosiła stale około 20 mm. Dzięki temu ograniczono zróżnicowanie struktury wewnętrznej ośrodka powodowane zmiennością energii kinetycznej swobodnego spadku ziaren w przypadku napełniania ze stałej wysokości, bądź nierównomiernym strumieniem. Tworząc złoże, ziarna powoli zsuwały się po powierzchni stożka naturalnego usypu układając się najdłuższymi osiami zgodnie z kierunkiem ruchu. W przypadku napełniania obwodowego, ziarno zsuwało się po powierzchni stożka skierowanego wierzchołkiem ku górze tworząc złoże z najniższym punktem w osi zbiornika. Do napełniania rozproszonego stosowano walcowy kosz zasypowy, wyposażony w zestaw trzech sit, na których strumień ziarna rozpraszał się tworząc płaską swobodną powierzchnię warstwy. W wariancie eksperymentu dotyczącym rozkładu pionowego naporu na dno zastosowano ponadto napełnianie wibracyjne (metoda W). W tym przypadku nasypywano do zbiornika z wiadra porcję nasion, tworzącą warstwę o grubości około 5 cm, na której układano kolistą płytę ze szkła organicznego. Następnie materiał zagęszczano za pomocą ręcznego wibratora przesuwanego po powierzchni płyty. Taki sposób zagęszczania miał wytworzyć maksymalnie zagęszczone złoże dla porównania z metodami napełniania mającymi odniesienie w praktyce.

4.5. Program badań

Pomiary prowadzono w trzech etapach odpowiadających trzem zasadniczym zagadnieniom pracy. W etapie I, składającym się z czterech wariantów badano zależność rozkładu naporu pionowego na dno σ_z i pionowych naprężeń stycznych τ. Celem wariantu a było zbadanie zależności rozkładu naporu od właściwości geometrycznych i mechanicznych nasion oraz rodzaju ściany. Użyto nasion pięciu gatunków roślin.



Rys. 20. Sposoby napełniania modelu zbiornika

Zbiornik o ścianie gładkiej, a następnie chropowatej napełniano centrycznie (metoda A). Zastosowano dodatkowy napór pionowy wywierany przez wcześniej opisaną płytę obciążającą górną powierzchnię warstwy. Wariant b dotyczył wpływu metody napełniania na rozkład naporu pionowego. Pomiary prowadzono na nasionach pięciu gatunków roślin przy gładkiej i chropowatej ścianie zbiornika. Zastosowano cztery metody napełniania: centryczne, obwodowe, rozproszone i wibracyjne. Nie obciążano dodatkowo górnej powierzchni warstwy. Wariant c miał na celu dostarczenie danych do analizy wpływu wilgotności materiału na rozkład naporu pionowego. Zastosowano tylko napełnianie centryczne (metoda A) i tylko nasiona pszenicy jako materiał eksperymentalny. Zbiornik napełniano ziarnem o trzech poziomach wilgotności: 12%, 15% i 18%.

W etapie II skupiono się na badaniu oddziaływania tarcia na ścianie na rozkład naporu pionowego na dno σ_z i pionowych naprężeń stycznych τ. Zastosowano ziarna pięciu gatunków roślin i cztery metody napełniania zbiornika ze ścianą gładką i chropowatą. Zmianę wartości naprężeń stycznych na ścianie realizowano przez ustawianie obciążników na dolnym pierścieniu usztywniającym. Po napełnieniu zbiornika usuwano przetworniki siły podpierające ścianę, która nie zmieniała jednak położenia utrzymywana w równowadze przez siły tarcia. Wycinek warstwy ziarna był wtedy obciążony na zewnętrznej powierzchni walcowej naprężeniami stycznymi pochodzącymi od ciężaru ściany. Obciążenie to zwiększano stopniowo ustawiając symetrycznie na dolnym pierścieniu usztywniającym po trzy obciążniki aż do wystąpienia ruchu ściany względem dna.

Etap III dotyczył wpływu metody napełniania na statyczny i dynamiczny iloraz naporu warstwy. Oprócz wyznaczania naporu pionowego na dno i naporu pionowego na ścianę wyznaczano poziomy napór normalny na ścianę zbiornika. Zastosowano trzy metody napełniania (A, D, H) i gładką ścianę zbiornika.

Program badań przedstawia poniższy schemat.

Etap badań	Wariant	Liczba gat. nasion	Czynniki zmienne: Metody napełniania	Typ ściany	Poziomy wilgotn.	Dodatkowe obc. pionowe	Obciąż. ściany
	a	5	A	G,Ch	1	+	-
I	b	5	A,D,H,W	G,Ch	1	-	-
	c	1	A	G,Ch	3	+	-
II		5	A,D,H	G,Ch	1	-	+
III		1	A,D,H	G	1	-	-

Metody napełniania: A - centryczne, D - obwodowe, H - rozproszone, W - wibracyjne.

Rodzaje ściany: **G**ładka, **Ch**ropowata.

Poziomy wilgotności ziarna: 12%, 15% i 18%.

Najbardziej złożony pomiar polegał na napełnieniu zbiornika, przyłożeniu obciążenia pionowego powierzchni warstwy, stopniowym obciążaniu ściany, usunięciu obciążenia ściany, odciążenia powierzchni swobodnej i opróżnieniu zbiornika. W wymaganych procedurą momentach rejestrowano odczyty przetworników siły. Pomiary wykonywano w sześciu powtórzeniach, a wyniki poddano analizie statystycznej.

4.6. Materiał

Pomiary wykonywano na nasionach pięciu gatunków roślin: bobiku (Nadwiślański), peluszki (Helia), wyki siewnej (Szelejewska), pszenicy jarej (Eta) oraz rzepaku. Taki wybór uwzględniał zróżnicowanie wielkości nasion (bobik - rzepak), ich kształtu (pszenica - rzepak) i stanu powierzchni (peluszka - wyka). Wilgotność nasion wyznaczona metodą suszarkową wynosiła: pszenica - 12,8%, rzepak - 6,8%, wyka - 12,7%, peluszka - 11,8% i bobik - 11,7%. Podstawowe cechy geometryczne nasion zestawiono w tabeli 4.1, a ich właściwości mechaniczne w tabeli 4.2. Wymiary geometryczne 50 nasion każdego gatunku mierzono suwmiarką. Przyjęto, że nasiona mają kształt elipsoidy trójwymiarowej

o osiach *a, b, c* i obliczono średnicę równoważną $d_r = (abc)^{-3}$ oraz sferyczność wg Mohsenina (1978):

$$sf = \frac{\sqrt[3]{abc}}{a}$$

Porowatość swobodnie usypanego złoża mierzono w cylindrze o średnicy 15 cm i objętości 2 dm^3. Kąt tarcia wewnętrznego i współczynnik tarcia o cynkowaną blachę stalową mierzono w aparacie bezpośredniego ścinania o średnicy i wysokości próbki równych odpowiednio 210 mm i 120 mm. Wymiary aparatu powiększono w stosunku do standardowych stosownie do wymiaru charakterystycznego badanych nasion (Molenda i in., 1995). Prędkość przesuwu górnego pierścienia komory pomiarowej względem dolnego wynosiła 1,3 mm/s, a napór pionowy zawierał się w przedziale od 14,2 kPa do 55,4 kPa.

Tabela 4.1. Podstawowe wymiary geometryczne badanych nasion (wartości średnie i odchylenia standardowe)

Gatunek	*D*, [mm]	*S*, [mm]	*G*, [mm]	d_r, [mm]	*sf*	Porowatość, [%]
Bobik	10,1±0,1	8,1±0,1	6,8±0,1	8,2	0,81	32,7±0,7
Peluszka	6,7±0,05	6,2±0,06	5,5±0,04	6,1	0,91	30,7±1,4
Pszenica	5,9±0,03	3,5±0,02	3,0±0,02	3,95	0,67	36,2±0,1
Rzepak	2,1±0,02	1,9±0,02	1,6±0,02	1,85	0,88	31,5±0,7
Wyka	4,6±0,04	4,3±0,04	3,6±0,03	4,14	0,90	30,2±0,5

Tabela 4.2. Właściwości mechaniczne badanych nasion (wartości średnie i odchylenia standardowe)

Gatunek	Wilgotność [%]	Gęstość [kg/m^3]	Współczynnik tarcia, μ	Kąt tarcia wewn. φ [°]
Bobik	11,7	856	0,104±0,009	29,3±0,6
Peluszka	11,8	833	0,149±0,006	28,8±0,5
Pszenica	12,8	782	0,152±0,005	24,6±0,8
Rzepak	6,8	686	0,150±0,008	24,3±0,7
Wyka	12,7	853	0,127±0,004	22,1±0,6

5. Wpływ właściwości mechanicznych i struktury upakowania na rozkład naprężeń w warstwie nasion

5.1. Kąt tarcia wewnętrznego φ i kąt tarcia o ścianę φ_w

Jak wykazano w rozdz. 2 rozkład naprężeń w warstwie ziarna ograniczonej ścianą teoretycznie zależy od kąta tarcia wewnętrznego φ i kąta tarcia o ścianę φ_w. Występowanie tarcia na ścianie powoduje obrót osi naprężeń głównych σ_1 i σ_3 tak, że naprężenie poziome σ_x rośnie, a naprężenie pionowe σ_z maleje. Skutkiem takiej zmiany stanu naprężeń jest obniżenie wartości naporu pionowego w sąsiedztwie ściany zbiornika. Wyznaczono kąt ψ - nachylenia osi naprężenia głównego σ_1 do osi poziomej z zastosowaniem wzoru (2.7) dla wartości parametrów eksperymentu. Kąt tarcia wewnętrznego zmieniał się w przedziale od 22^o do 29^o, a kąt tarcia o ścianę gładką w zakresie od 5^o do 9^o w zależności od materiału (tab. 4.2). Kąt tarcia o ścianę szorstką przyjęto równy kątowi tarcia wewnętrznego. Wyniki obliczeń dla przypadku czynnego stanu naprężeń przedstawia tabela 5.1.

Tabela 5.1. Kąt ψ nachylenia osi naprężenia głównego σ_1 do osi poziomej w zależności od kąta tarcia wewnętrznego ϕ i kąta tarcia o ścianę ϕ_w

	Kąt tarcia wewnętrznego ϕ, ^{o}					
ϕ_w, ^{o}	20	22	24	26	28	30
5	94,8	94,2	93,6	93,2	92,8	92,5
10	99,7	98,4	97,3	96,4	95,6	95,0
15	104,8	102,7	101,0	99,6	98,4	97,4
20	110,3	107,2	104,7	102,8	101,2	99,8
25	116,5	111,9	108,5	106,1	103,9	102,1
30	124,8	117,1	112,4	109,1	106,4	104,2

Z danych przedstawionych w tabeli wynika, że maksymalny kąt obrotu osi naprężeń głównych, dla ściany pokrytej papierem ściernym, wynosi około 20^o. W przypadku ściany gładkiej zmienność kąta tarcia wewnętrznego w zakresie od 20^o do 30^o powoduje obrót osi naprężeń głównych o około 4^o. Rozwiązania równań równowagi ośrodka

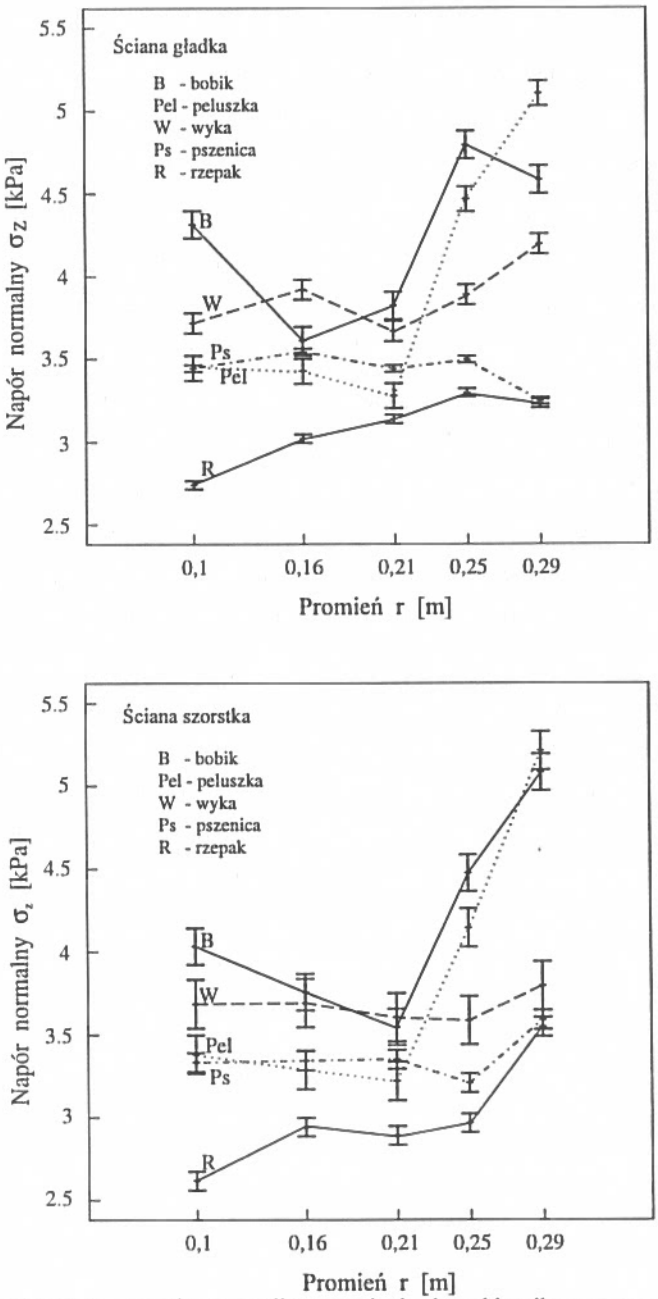
uzyskane przez ich bezpośrednie całkowanie (Savage i Young wg Dreschera, 1991), czy też metodami stanu granicznego (np. Horne i Nedderman, 1976) prowadzą do rozkładu naporu normalnego z maksimum w osi zbiornika (w czynnym stanie naprężeń). Również modele mikrostrukturalne opisujące rozkład naprężeń w idealizowanym materiale granularnym wskazują, że maksimum naporu pionowego występuje w osi zbiornika. W modelu Edwardsa i Mounfielda (1996) rozkład siły pionowej F_z wzdłuż współrzędnej poziomej x również ma maksimum w osi zbiornika. Przebieg rozkładu opisano równaniem krzywej łańcuchowej $F_z = \gamma \left| \sinh \gamma x \right|$, gdzie γ - parametr krzywej.

Wyznaczone w omawianym eksperymencie rozkłady naporu są bardziej złożone niż wynika z analizy teoretycznej. Na rysunku 21 przedstawiono zmierzony rozkład naporu pionowego na dno zbiornika wzdłuż promienia $\sigma_z(r)$ w przypadku napełniania centrycznego zbiorników o gładkiej i szorstkiej ścianie. Wyniki pomiarów wykazują istotną statystycznie i szeroką zmienność rozkładu naporu. W najszerszym zakresie zmienia się napór pionowy wywierany na dno zbiornika przez ziarna peluszki i bobiku. Ze względu na duże różnice kąta tarcia o gładką i szorstką ścianę φ_w (tabela 4.2) można było oczekiwać znacznych różnic wartości naporu pionowego na pierścieniu dna najbliższym ściany. Uzyskane w eksperymencie wyniki nie potwierdziły takiej hipotezy. Napór przy ścianie gładkiej nie jest zdecydowanie wyższy niż przy ścianie szorstkiej. Ściana gładka przenosi nieznacznie mniej ciężaru złoża niż ściana szorstka (tabela 5.2). Wynika stąd, że w warunkach omawianego eksperymentu tarcie na ścianie jest dalekie od rozwiniętego.

Tabela 5.2. Pionowe obciążenie ściany silosu jako udział procentowy ciężaru złoża w zależności od typu ściany i gatunku nasion przy napełnianiu centrycznym.

	Bobik	Peluszka	Pszenica	Rzepak	Wyka
Ściana gładka	13-16	15-18	23	20-21,5	16-19
Ściana szorstka	13-18	16-21	23-26	22-25	19-25

Wbrew przewidywaniom teoretycznym, w większości przebiegów, napór przy ścianie jest wyższy niż na pozostałej części dna zbiornika. Szybkość przyrostu naporu pomiędzy pierścieniem drugim od ściany, a najbliższym ściany zależy od kąta tarcia o ścianę. W przypadku ściany gładkiej oraz nasion bobiku, pszenicy i rzepaku napór w tym odcinku przebiegu maleje, a dla ściany szorstkiej i tych samych nasion napór rośnie.



Rys. 21. Rozkład naporu normalnego wzdłuż promienia dna zbiornika przy napełnianiu centrycznym nasionami pięciu gatunków roślin

Prawdopodobnie z powodu dużego kąta tarcia o ścianę ($\varphi_w \approx \varphi$) w trakcie formowania warstwy następuje odwrócenie kierunku sił tarcia na części wysokości ściany, gdzie ziarno przenosi część jej ciężaru.

Wyniki otrzymane dla nasion bobiku i wyki ilustrują wpływ kąta tarcia wewnętrznego na rozkład naporu pionowego $\sigma_z(r)$. Nasiona tych dwóch gatunków mają podobne wartości gęstości usypnej (bobik 856 kg/m^3, wyka 853 kg/m^3), różnią się natomiast znacznie wartości ich kątów tarcia wewnętrznego (bobik - 29^o, wyka - 22^o). Zgodnie z teorią przebieg zależności naporu na dno nasion bobiku jest położony na wykresach ponad przebiegiem uzyskanym dla nasion wyki. Spośród badanych nasion, jedynie bobik wywiera wyższy napór pionowy na centralny pierścień niż na dwa dalsze od osi pierścienie (rys. 21). Wydaje się, że wysoka gęstość bobiku i równocześnie duży kąt tarcia wewnętrznego pozwalają w trakcie formowania wytworzyć złoże o mocnej strukturze (bardziej trwałej sieci kontaktów). Kąt tarcia wewnętrznego nasion wyki jest najniższy wśród wartości dla wszystkich badanych materiałów. Nasiona wyki łatwiej niż inne zmieniały sieć kontaktów w trakcie usypywania, i otrzymany rozkład naporu jest bliski stałego ($\sigma_z(r) \approx$ const).

Porównanie wyznaczonych rozkładów naporu pionowego z wynikami innych eksperymentatorów w większości przypadków wykazuje znaczne rozbieżności. Tylko rozkład naporu ziarna pszenicy w zbiorniku o ścianie gładkiej (z minimum przy ścianie zbiornika) jest zgodny z wynikami podawanymi w literaturze. Wypadkowy rozkład naporu zależy od licznych czynników, których udział nie został dotychczas w pełni rozpoznany. Ważne dla przebiegu $\sigma_z(r)$ są cechy materiału, ale istotne znaczenie mają też podatność i sposób podparcia dna zbiornika. Zasadnicze znaczenie ma sposób napełniania zbiornika, którego wpływ będzie omówiony w dalszej części opracowania.

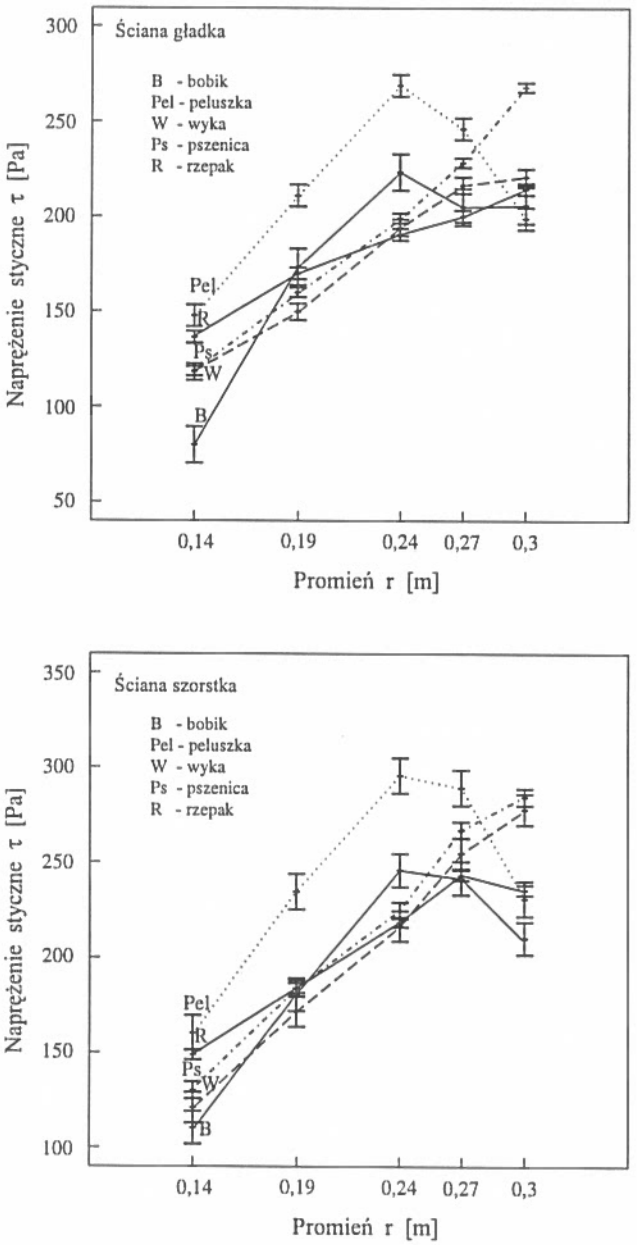
Schwab (1989) mierzył napór pionowy wywierany przez ziarno pszenicy na dno komercyjnego zbiornika o gładkiej ścianie. Stwierdził, że rozkład naporu ma wartość stałą na powierzchni dna z wyjątkiem obszaru w sąsiedztwie ściany, gdzie zaobserwował spadek naporu pionowego. Podobne wyniki otrzymał Williams (1990), który prowadził pomiary na zbiorniku wykonanym z blachy falistej. Thompson i Williams (1991) mierzyli

napór pionowy na dno modelowego zbiornika z blachy falistej przy trzech sposobach podparcia dna: na obwodzie, w środku i w obu lokalizacjach. Otrzymali rozkłady naporu pionowego zupełnie odmienne przy różnych sposobach podparcia dna. W przypadku poparcia dna wzdłuż obwodu napór rósł z przyrostem odległości od środka silosu, z wyjątkiem sąsiedztwa ściany gdzie zaobserwowano niewielki spadek naporu. Przy centrycznym podparciu dna napór malał ze wzrostem odległości od środka. Kiedy dno zbiornika podparte było na środku i wzdłuż obwodu do pewnej odległości od środka napór był w przybliżeniu stały, następnie z oddalaniem się od środka rósł, a w sąsiedztwie ściany znów malał. Kamiński (1986) cytuje wyniki badań innych autorów i wskazuje na rozbieżności wyników podając jako ich przyczyny zróżnicowanie materiałów i wysokości napełniania zbiornika. Wydaje się, że przy aktualnym stanie wiedzy nie można oczekiwać sformułowania ogólnego opisu promieniowego rozkładu naporu w zależności od właściwości materiału i geometrii konstrukcji silosu. Wyniki eksperymentalne mogą być jednak użyte do wyznaczenia zależności empirycznych, które z kolei można zastosować do rozwiązania równań równowagi i wyznaczenia składowych stanu naprężeń w materiale.

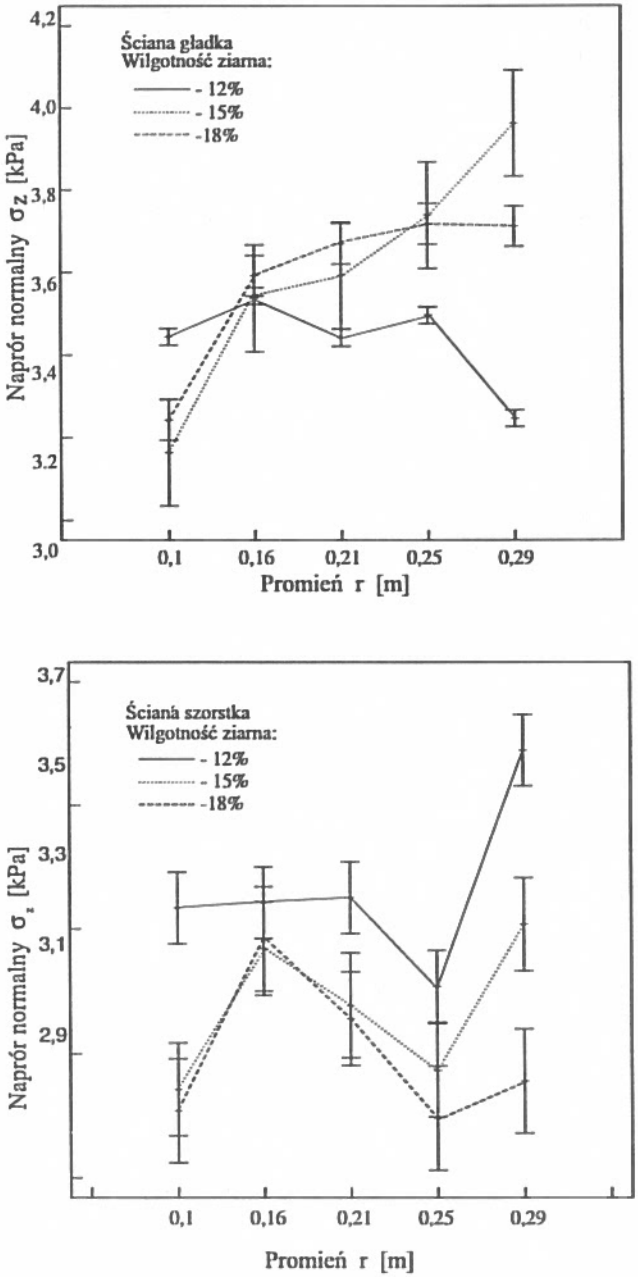
Rysunek 22 przedstawia rozkłady średniego pionowego naprężenia stycznego $\tau(r)$ wyznaczone na podstawie wyników pomiarów naporu pionowego na dno. Najbliższe teoretycznym (liniowo rosnącym przy zbliżaniu się do ściany) są przebiegi naprężenia stycznego w nasionach pszenicy, rzepaku i wyki. W przebiegach $\tau(r)$ dla bobiku i wyki występują zakłócenia najsilniejsze na dwu pierścieniach najbliższych ściany. Eksperymentalne rozkłady średniego naprężenia stycznego są położone nieco wyżej w przypadku ściany szorstkiej niż w przypadku ściany gładkiej (rys. 22).

5.2. Wilgotność ziarna

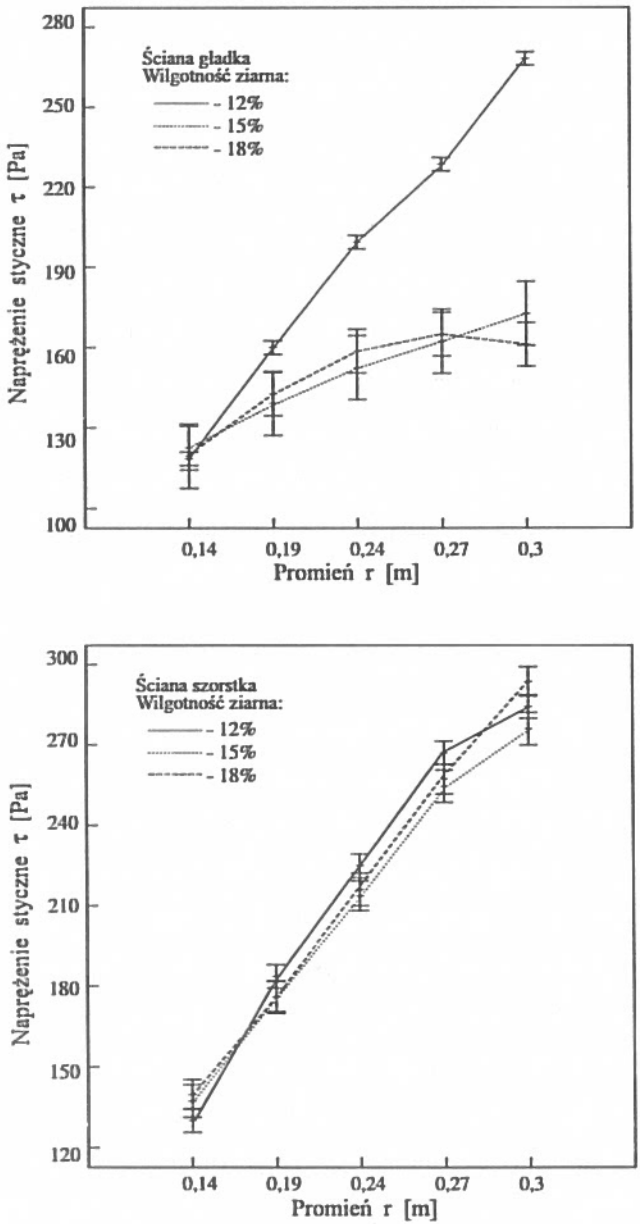
Wpływ wilgotności ziarna na przebieg rozkładów naporu $\sigma_z(r)$ i naprężeń $\tau(r)$ badano na próbkach pszenicy o trzech poziomach wilgotności: 12, 15 i 18%. Zbiorniki o ścianie gładkiej i szorstkiej napełniano centrycznie, a przebiegi otrzymanych zależności $\sigma_z(r)$ przedstawia rysunek 23, zaś zależności $\tau(r)$ - rysunek 24. Wzrost wilgotności ziarna istotnie zmienia rozkład naporu na dno. W przypadku ściany gładkiej napór pionowy



Rys. 22. Rozkład średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia zbiornika przy napełnianiu centrycznym nasionami pięciu gatunków roślin



Rys. 23. Rozkład naporu normalnego wzdłuż promienia dna zbiornika przy napełnianiu centrycznym ziarnem pszenicy o trzech poziomach wilgotności



Rys. 24. Rozkład średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia zbiornika przy napełnianiu centrycznym ziarnem pszenicy o trzech poziomach wilgotności

wilgotnego ziarna (15 i 18%) rośnie z przyrostem promienia. W przypadku ściany szorstkiej otrzymano przebieg z dwoma minimami - w środku zbiornika i na pierścieniu drugim od ściany. Przebiegi $\tau(r)$ dla ściany gładkiej wskazują, że przy wzroście wilgotności ziarna z 12 do 15% nastąpił znaczny spadek naprężenia stycznego przy ścianie, a zatem spadek siły tarcia na ścianie. Wobec słabości ciernych wiązań kształtowych, uwidocznia się smarujące działanie wody i następują mikropoślizgi ziarna po gładkiej powierzchni ściany. Przebiegi $\tau(r)$ otrzymane dla ściany szorstkiej nie różnią się istotnie między sobą. W tym przypadku wartość współczynnika tarcia nie zależy od wilgotności ziarna. Jak podają Molenda i in. (1995) współczynnik tarcia ziarna pszenicy o powierzchnię stalową o wysokości chropowatości $R_t = 6{,}4$ μm wynosi około 0,55. Jest wiec wyższy niż $tg\varphi = tg\ 25^o = 0{,}47$, wartość dla kąta tarcia wewnętrznego. O wartości sił tarcia na ścianie szorstkiej decydują wiązania kształtowe i ewentualny ruch wystąpi wewnątrz objętości ziarna, a nie jako poślizg po powierzchni ściany.

5.3. Struktura geometryczna - metoda napełniania

Wyniki badań prezentowane w literaturze wskazują, że sposób napełniania silosu ma znaczny wpływ na stan naprężeń w materiale sypkim, zarówno w spoczynku jak i w trakcie opróżniania (Nielsen, 1983, Moysey, 1984; Kamiński, 1986). Rozpoznanie wpływu struktury złoża na napór wywierany na ścianę i dno silosu może przyczynić się do uzyskania znacznych efektów ekonomicznych. Poprzez właściwy dobór sposobu napełniania można zminimalizować napór i w konsekwencji skonstruować silos o lżejszej konstrukcji (Kamiński, 1986). Sposób formowania złoża wpływa przede wszystkim na gęstość ośrodka (zatem również porowatość) i w konsekwencji na jego właściwości mechaniczne. Szczególnie istotny wkład w zrozumienie roli porowatości w reakcji materiału ziarnistego na odkształcenie wniosły prace eksperymentalne i teoretyczne Roscoe'a i współpracowników dotyczące gleb. Spośród wielu publikacji grupy z Uniwersytetu Cambrige szczególnie cenny jest szeroki opis przedstawiony przez Roscoe'a (1970). Konsekwencje zastosowania podejścia Roscoe'a przedstawił syntetycznie Hoffman (1975), a weryfikację eksperymentalną tego ujęcia w zastosowaniu do ziarna zbóż przedstawili

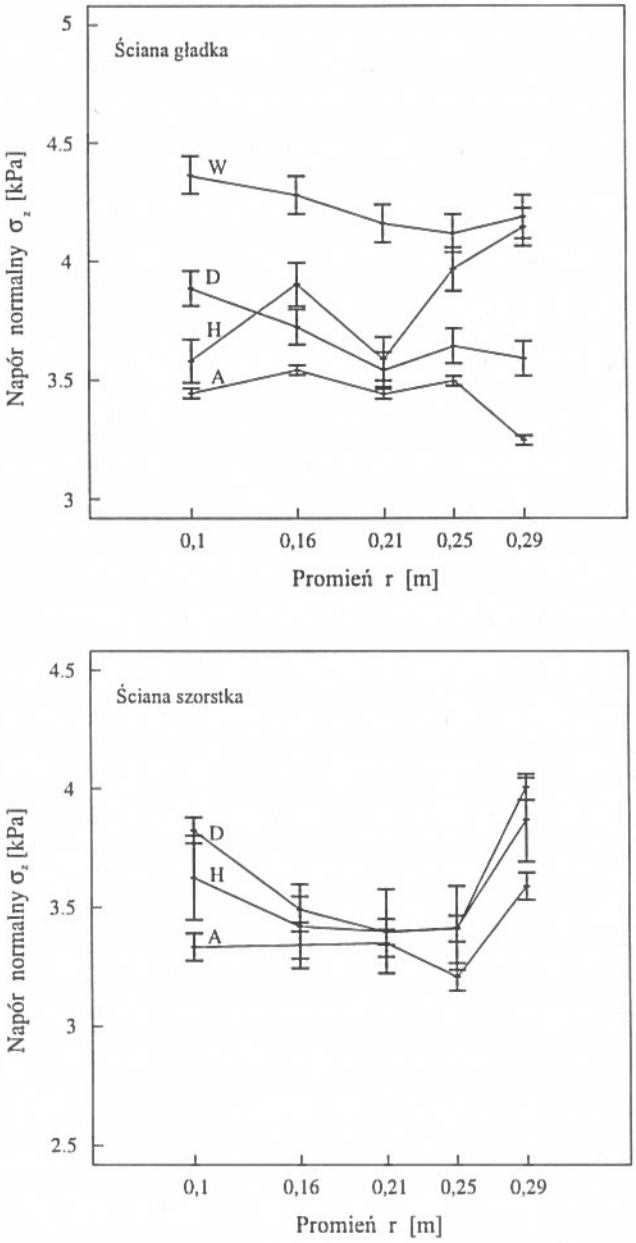
Hesse i Hoffmann (1977). Moysey (1984) badał wpływ sposobu formowania próbki ziarna zbóż na przebieg testu bezpośredniego ścinania oraz sposobu napełniania silosu na wielkość naporu poziomego. Zaobserwował, że różne metody napełniania tworzą złoże o różnej gęstości i strukturze geometrycznej. Materiał o wyższej gęstości charakteryzował się wyższym kątem tarcia wewnętrznego mierzonym metodą bezpośredniego ścinania, a w pomiarach na silosie modelowym wywierał niższy napór poziomy na ścianę. Horabik i in. (1988) badali wpływ orientacji przestrzennej cząstek na rozkład obciążeń silosu napełnianego ziarnem i rozwinęli równanie Janssena przez wprowadzenie zmiennego, wzdłuż przekroju elementarnej warstwy kąta tarcia wewnętrznego. Podejście to zostało rozwinięte w pracy habilitacyjnej Horabika (1994). Molenda i in. (1993) wskazali zakres wpływu metody napełniania silosu o ścianie wykonanej z gładkiej i falistej blachy cynkowanej na obciążenia statyczne i dynamiczne.

Aktualne badania autora wykazały, że zastosowane metody napełniania zbiornika modelowego wytwarzają złoża o zróżnicowanej strukturze, co odzwierciedla się w odmienności rozkładów naporu pionowego $\sigma_z(r)$ na dno zbiornika. Wpływ sposobu napełniania zbiornika ziarnem pszenicy na rozkład naporu pionowego przedstawiono na rysunku 25. Wyznaczano rozkłady naporu na dno wywieranego przez ziarno pszenicy wypełniające zbiornik o gładkiej i szorstkiej ścianie. Wszystkie sposoby napełniania (patrz rys. 19) wytwarzały napór na dno istotnie różny od stałego ($\sigma_z(r)$) . Najwyższy napór średni powstawał przy napełnianiu wibracyjnym (W). Napełnianie strumieniem rozproszonym (H) wytwarzało wyższy napór średni niż napełnianie centryczne (A) i obwodowe (D). Napełnianie obwodowe wytwarzało wyższy napór średni niż napełnianie centryczne, przy czym maksimum przebiegu występowało na środku dna. Przy napełnianiu centrycznym otrzymano znacznie niższą wartość naporu pionowego na środku dna zbiornika. Wypadkowe sił ciężkości ziaren i sił tarcia działające w linii stożka naturalnego usypu działają w kierunku ruchu. W momencie hamowania ruchu część energii kinetycznej ziaren jest magazynowana w punktach kontaktu w formie energii sprężystej, przy czym linie działania sił sprężystości koncentrują się wokół tworzącej stożka naturalnego usypu. Ześlizgujące się ziarna wywierają większy napór w kierunku ruchu niż w

przeciwnym, co w efekcie prowadzi do obserwowanych rozkładów naporu. Kitamura (1980), dla wyjaśniania efektów anizotropii obserwowanych w teście trójosiowego ściskania, wprowadza pojęcie lokalnych płaszczyzn poślizgu, które w statystycznym uśrednieniu tworzą potencjalną płaszczyznę poślizgu w objętości próbki. W przypadku opisywanych pomiarów można mówić o lokalnych obszarach poślizgu pomiędzy poszczególnymi ziarnami. Przy napełnianiu centrycznym i obwodowym formują się potencjalne powierzchnie poślizgu w kształcie stożka, które wyznaczają kierunki najbardziej intensywnego przekazywania obciążeń.

W przypadku napełniania zbiornika o gładkiej ścianie strumieniem rozproszonym (metoda H) spadek naporu pionowego na drugim i trzecim od ściany pierścieniu wynika z niedoskonałości metody napełniania. Zakładano, że ziarno rozproszone na sitach będzie wypełniać zbiornik równomiernie, tworząc przemieszczającą się ku górze, płaską powierzchnię swobodną. Taka powierzchnia swobodna tworzyła się na przeważającej części przekroju poziomego zbiornika wokół osi. W pobliżu ściany upadały ziarna od niej odbite, lub te które zsunęły się z tworzącej się warstwy zaburzając strukturę materiału. W efekcie powstawały nierównomierności rozkładu naporu obserwowane na wykresie (rys. 25). Przebiegi otrzymanych w zbiorniku ze ścianą gładką rozkładów $\sigma_z(r)$ można aproksymować zależnością liniową malejącą w kierunku ściany. W przypadku zbiornika o ścianie szorstkiej bardziej dokładna byłaby aproksymacja parabolą z minimum w odległości około $0.1R$ od ściany.

Wibracyjny sposób napełniania wymuszał zagęszczenie próbki zmiennym obciążeniem w kierunku pionowym w dół. Tworzyła się struktura o dużej gęstości z najsilniejszą koncentracją normalnych wokół osi pionowej. W tym kierunku napór pochodzący od ciężaru ziarna przekazywany był najbardziej intensywnie. Uzyskano najwyższą wartość średniego naporu pionowego na dno. Przebieg $\sigma_z(r)$ jest przy tym bliski stałego, gdyż sposób obciążania złoża w czasie formowania wymuszał równomierne zagęszczanie i równomierny rozkład sił kontaktowych. Metoda wibracyjna może być zastosowana do wytwarzania złoża o ekstremalnych właściwościach, np. dla badań laboratoryjnych.

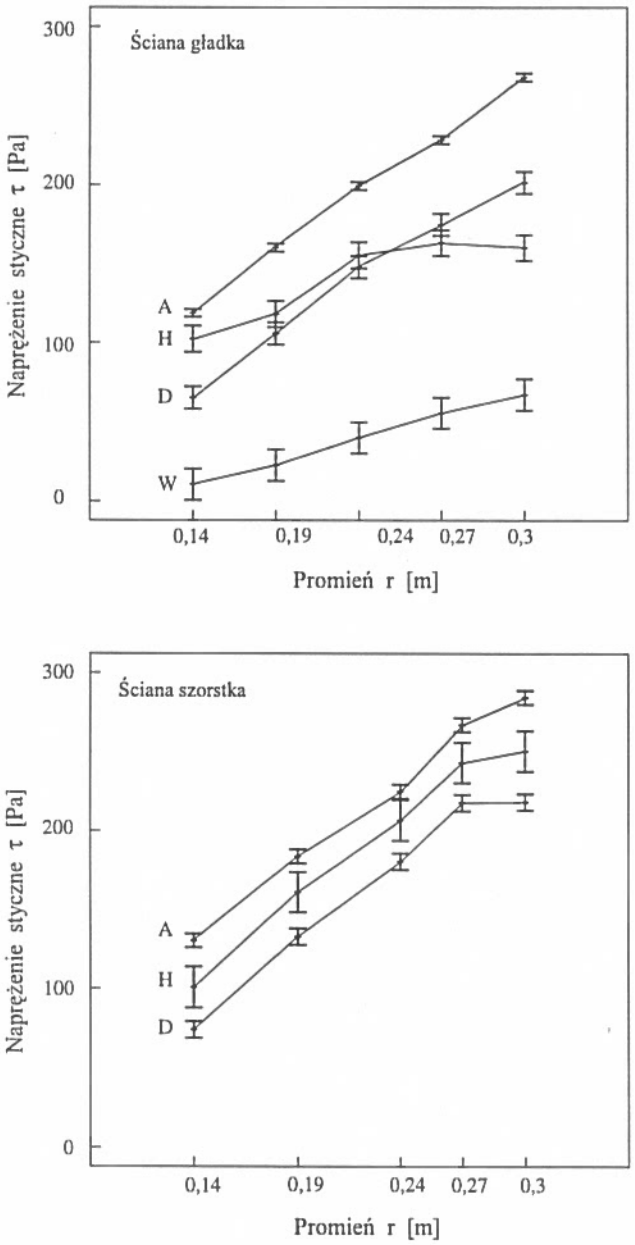


Rys. 25. Rozkład naporu normalnego wzdłuż promienia dna zbiornika przy różnych sposobach napełniania ziarnem pszenicy

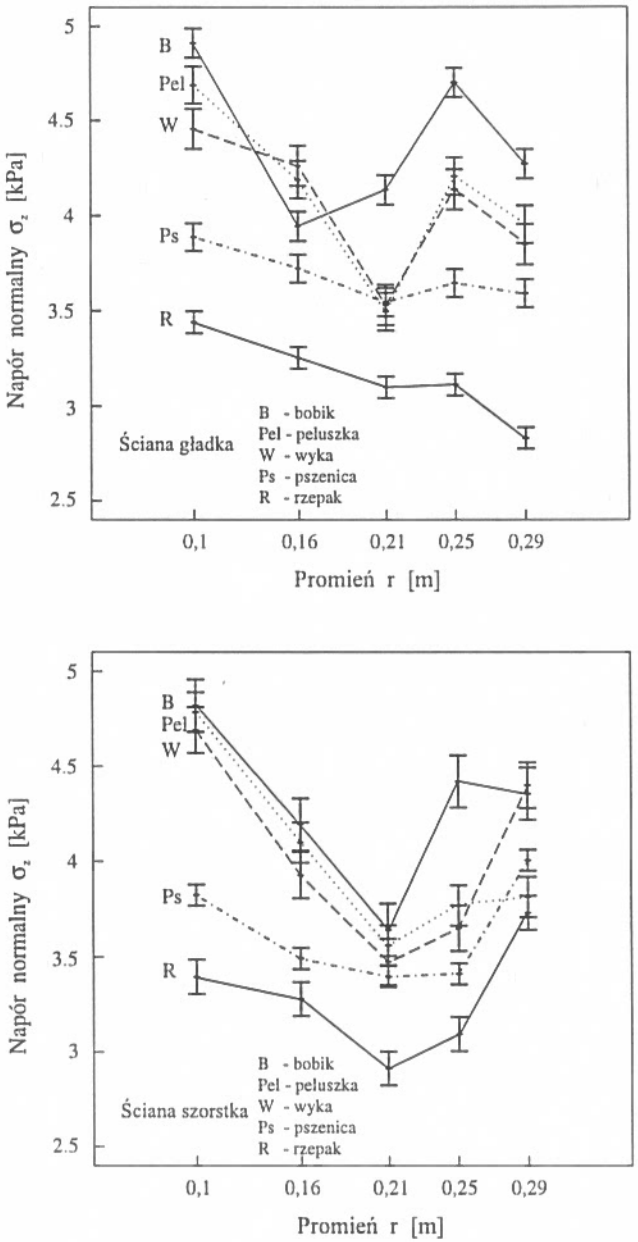
Przebiegi rozkładu naprężenia stycznego przedstawione na rysunku 26 nieznacznie odbiegają od przewidywanych teoretycznie, liniowo rosnących przy oddalaniu się od środka zbiornika. Największe naprężenie styczne towarzyszy napełnianiu centrycznemu (A), niższe naprężenie styczne uzyskiwano przy napełnianiu obwodowym (D) dla obu typów ściany. Znacznie niższe od pozostałych naprężenie styczne wytwarza napełnianie wibracyjne (W). W złożach, gdzie stwierdzono najwyższy napór pionowy (metody D i W) naprężenia styczne są najniższe.

Wyniki pomiarów rozkładów naporu pionowego $\sigma_z(r)$ dla pięciu gatunków nasion i dwu typów ściany przy napełnianiu obwodowym przedstawiono na rys. 27, zaś przy napełnianiu rozproszonym na rys. 29. Odpowiednie przebiegi średniego naprężenia stycznego $\tau(r)$ ilustrują rysunki 28 oraz 30. Rozkłady $\sigma_z(r)$ oraz $\tau(r)$ dla napełniania wibracyjnego, wyznaczone dla zbiornika o ścianie gładkiej, przedstawia rysunek 31. Podobnie jak w przypadku napełniania centrycznego pozostałe metody napełniania wytwarzały złoża o znacznych nierównomiernościach rozkładów $\sigma_z(r)$. Spośród zastosowanych sposobów napełniania najmniejsze zróżnicowanie naporu pionowego powstało w przypadku napełniania wibracyjnego. Zróżnicowane były rozrzuty mierzonych wartości obciążeń. W odniesieniu do rozważanych grup czynników większe rozrzuty otrzymywano w zbiorniku o ścianie szorstkiej, w przypadku wilgotnego ziarna oraz przy napełnianiu rozproszonym i napełnianiu wibracyjnym.

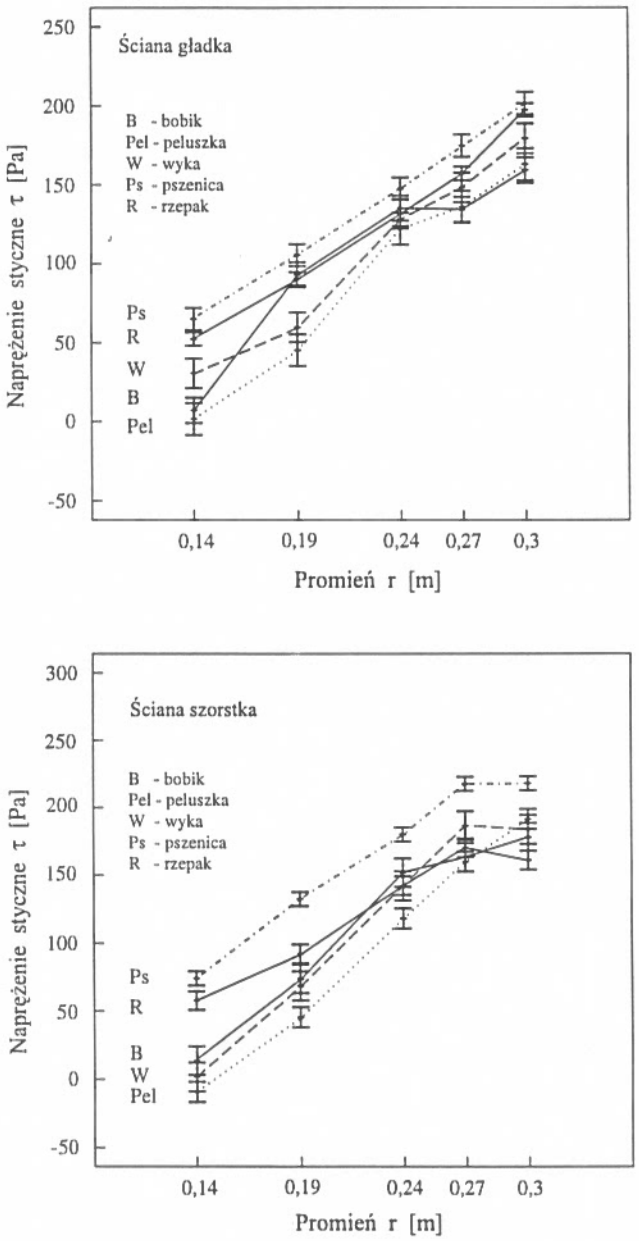
Liczne materiały sypkie charakteryzują się przyrostem wytrzymałości w czasie przechowywania pod obciążeniem. Takie wzmocnienie materiału wynika z przyrostu adhezji w kontaktach między cząstkami (Runge, 1997). Przyrost wytrzymałości silnie zależy od przyrostu obszaru kontaktu między cząstkami, który jest funkcją siły normalnej do powierzchni kontaktu. Obserwowane zróżnicowanie naporu normalnego prowadzi, w praktyce, do nierównomiernej konsolidacji złoża. Wytrzymałość materiału będzie więcej przyrastać w obszarach wyższych naprężeń. Właściwości mechaniczne różnych regionów złoża będą różnicować się w czasie przechowywania.



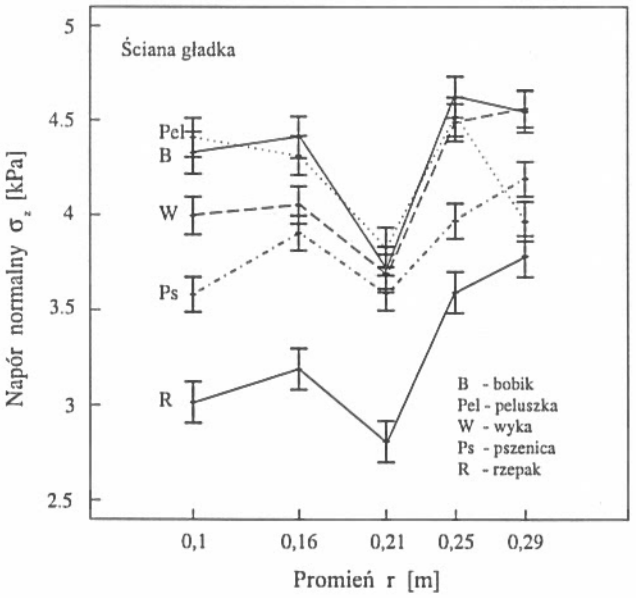
Rys. 26. Rozkład średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia zbiornika przy różnych sposobach napełniania ziarnem pszenicy

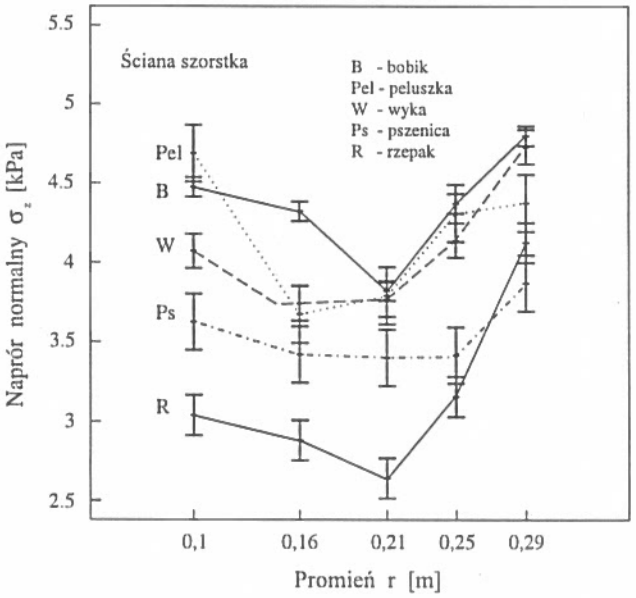


Rys. 27. Rozkład naporu normalnego wzdłuż promienia dna zbiornika przy napełnianiu obwodowym nasionami pięciu gatunków roślin

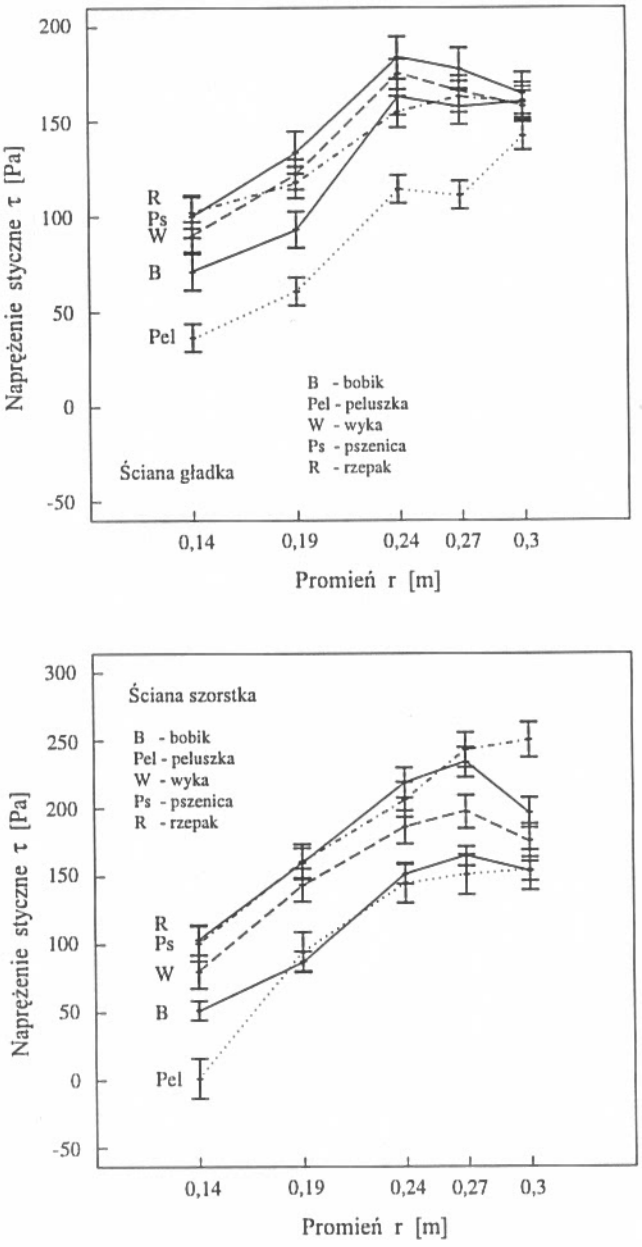


Rys. 28. Rozkład średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia zbiornika przy napełnianiu obwodowym nasionami pięciu gatunków roślin

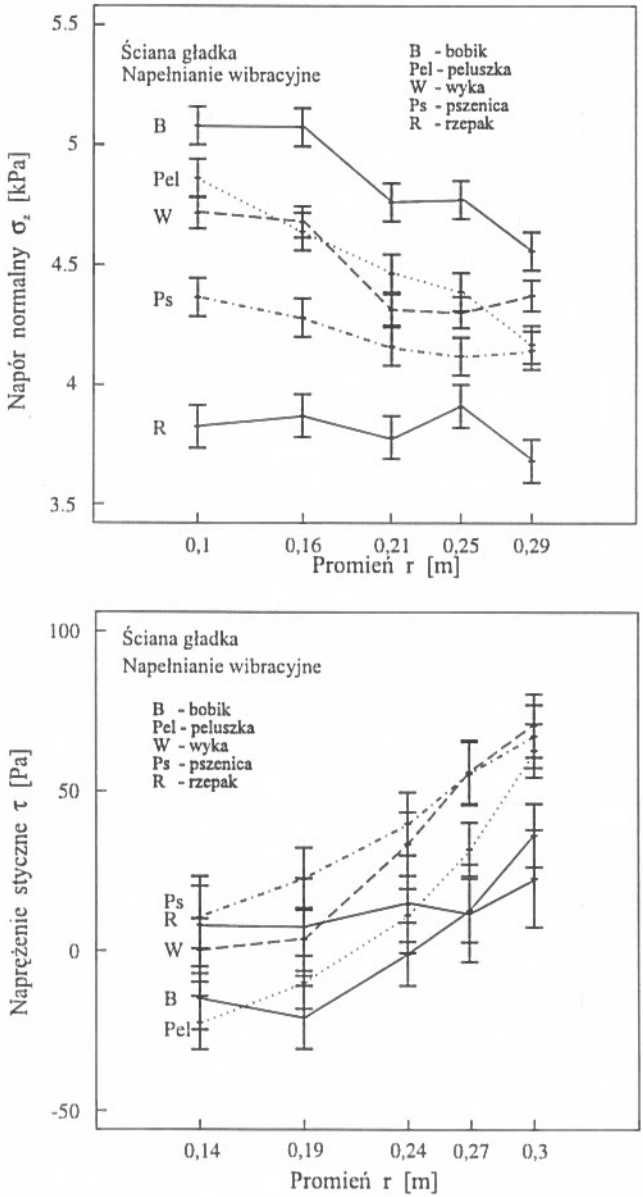




Rys. 29. Rozkład naporu normalnego wzdłuż promienia dna zbiornika przy napełnianiu rozproszonymi nasionami pięciu gatunków roślin



Rys. 30. Rozkład średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia zbiornika przy napełnianiu rozproszonymi nasionami pięciu gatunków roślin



Rys. 31. Rozkład naporu normalnego na dno i średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia przy napełnianiu wibracyjnym zbiornika o gładkiej ścianie nasionami pięciu gatunków roślin

5.4. Średnica równoważna cząstki

Największą nierównomierność przebiegów $\sigma_z(r)$ zaobserwowano (rysunki: 21, 27, 29, 31) w przypadku największych z badanych nasion bobiku i peluszki. W tych też wariantach pomiaru otrzymano najwyższe rozrzuty mierzonych wartości naporu pionowego. Najbliższe stałym są rozkłady dla najmniejszych nasion - rzepaku i pszenicy. Przebiegi $\sigma_z(r)$ dla nasion wyki sytuowały się na wykresach bliżej pierwszej lub drugiej pary zależnie od warunków eksperymentu.

Także przebiegi $\tau(r)$ (rysunki: 22, 28, 30, 31) dla nasion bobiku i peluszki odbiegają od liniowych bardziej niż pozostałe. Tendencja ta jest najwyraźniejsza przy napełnianiu centrycznym (rys. 22) i przejawia się postępującym spadkiem naprężenia stycznego na pierwszym i drugim pierścieniu licząc od ściany zbiornika, a wiec w odległości do 70 mm. Odległość ta dla nasion bobiku i peluszki w przybliżeniu równa jest, odpowiednio 8 i 11,5 wielokrotnościom średnicy równoważnej (tab. 4.1). W wielu pozycjach literatury podawano wielokrotność 8 do 10 średnic jako zasięg zaburzenia geometrycznego w upakowaniach jednakowych kul. Na przykład badania rozkładu porowatości wykazały, że w sąsiedztwie ściany jest ona większa, a jej fluktuacje maleją w miarę oddalania się od ściany w kierunku osi zbiornika i zanikają po przekroczeniu odległości około ośmiu średnic kul. Liczba koordynacyjna w tych samych warunkach rośnie (Ridgway i Tarbuck, 1968; Benenati i Brosilow, 1962). Ponieważ wytrzymałość materiału zależy od porowatości, jest on słabszy przy ścianie. Dla mniejszych nasion rzepaku, pszenicy i wyki osiem wymiarów d_r wynosi odpowiednio: 13, 32 oraz 33mm i dlatego zasięg zaburzenia, od naprężenia stycznego, zanika już w granicach pierścienia dna najbliższego ściany (rys. 22).

Średni wymiar ziaren jest jednym z podstawowych parametrów w modelach mikromechanicznych. Średni tensor naprężenia ze średnich sił kontaktowych wyraża się zależnością (3.3). Wartości naprężeń liczone z tego równania będą zmieniać się przy przechodzeniu z subdomeny do subdomeny. Jednak ze wzrostem objętości subdomen i przyrostem liczby cząstek w układzie należy spodziewać się zmniejszania fluktuacji. W przypadku skończonych, ale odpowiednio licznych układów cząstek, średni tensor naprężenia z informacji dyskretnej jest dokładnym analogiem tensora naprężenia mechaniki ośrodków ciąglych. W prezentowanych tu wynikach pomiarów stopień

nierównomierności rozkładu naporu pionowego na dno zbiornika rośnie z przyrostem rozmiaru cząstek. Przyczyną tego jest że odległości stosunkowo sztywnych łańcuchów cząstek przenoszących najwięcej sił zależą od rozmiaru cząstek (Drescher i De Josselin de Jong, 1972). Również zasięg zaburzenia od granic próbki jest przede wszystkim funkcją wielkości ziaren.

Wielkość ilorazu średnicy silosu do średnicy równoważnej ziarna wiąże się z wiarygodnością badań modelowych. Według Nielsena i Askegaarada (1977) oraz Münch - Andersena i Nielsena (1990) w badaniach na modelach silosów otrzymuje się zawyżone wartości obciążeń w stosunku do silosów o skali komercyjnej. Za jedną z przyczyn błędów skali, Münch - Andersen (1987) uważa występowanie warstwy przyściennej ośrodka o właściwościach odmiennych niż wnętrze złoża. Grubość tej warstwy zależy od wielkości ziaren ośrodka i w miarę wzrostu średnicy zbiornika jej wpływ na obciążenia silosu maleje. Bardzo trudny, a często niemożliwy jest dobór wielkości ziaren stosownie do skali modelu. Horabik i in. (1995) porównywali obciążenia ścian czterech różnych rozmiarów silosów (średnice od 0,4 m do 4,1 m) napełnianych pszenicą. Stwierdzili, że w przypadku tych pomiarów nie wystąpiły błędy skali, a względne obciążenia były podobne we wszystkich zbiornikach. W znacznie większym stopniu na wartość obciążeń wpływały nawet niewielkie zmiany współczynnika tarcia o ścianę silosu. Już zbiornik o średnicy 0,4 m był wystarczająco duży do badań na ziarnie pszenicy. W badaniach niniejszego opracowania jedynie w przypadku zbiornika o gładkiej ścianie i małych nasion (rzepak i pszenica) otrzymano przebiegi rozkładu naporu bliskie zakładanym teoretycznie - stałym (rys. 21 i 27). W zbiorniku o ścianie szorstkiej wystąpiły znaczne zaburzenia rozkładów naporu w sąsiedztwie ściany. Nasiona wyki przy napełnianiu centrycznym zachowały się podobnie jak nasiona rzepaku i pszenicy (rys.21), zaś przy napełnianiu obwodowym jak większe nasiona bobiku i peluszki (rys 27). Stosunek średnicy zbiornika do średnicy równoważnej nasion (tab. 4.1) wyniósł: bobik - 74, peluszka - 100, wyka - 147, pszenica - 154 oraz rzepak - 329. Skuteczne uśrednienie oddziaływań między ziarnami, objawiające się równomiernością rozkładów naporu, występowało dla stosunku średnicy zbiornika do średnicy równoważnej większego niż 100. Zastosowany model silosu miał zbyt małą średnicę dla badań z nasionami bobiku i peluszki.

5.5. Kształt cząstki

Wpływ kształtu cząstek na rozkład naporu wzdłuż promienia zbiornika można rozważyć na przykładzie, znacznie różniących się kształtem, ziaren pszenicy i nasion rzepaku.. Kształt nasion rzepaku jest bliższy kuli (sf = 0,88), niż kształt ziaren pszenicy (sf = 0,67). Obydwa ośrodki mają ten sam kąt tarcia wewnętrznego φ=24°. Gęstość usypna pszenicy wynosi 782 kg/m^3, zaś rzepaku jest znacznie niższa i wynosi 686 kg/m^3. Dlatego przebiegi rozkładów naporu wytwarzanych przez pszenicę są na wykresach $\sigma_z(r)$ położone wyżej. Oba gatunki nasion charakteryzuje podobny kształt przebiegów rozkładu pionowego naporu normalnego, równocześnie najbliższy prostoliniowego spośród wszystkich zastosowanych nasion. Ziarna pszenicy wywierają napór na dno o bardziej równomiernym rozkładzie niż napór wywierany przez nasiona rzepaku, w obu zbiornikach i przy wszystkich metodach napełniania.

Przy obu typach ściany i napełnianiu centrycznym (rys. 21) zaobserwowano znacznie wyższe wartości naporu normalnego σ_z przy środku zbiornika dla ziaren pszenicy niż dla nasion rzepaku. W miarę zbliżania się do ściany różnice malały, a przy ścianie wartości naporu zrównały się. Prawdopodobnie ziarna pszenicy z powodu swojego wydłużonego kształtu zachowały przy osi zbiornika większą gęstość, zaś gęstość nasion rzepaku była bardziej wyrównana wzdłuż promienia. Opisywany efekt jest w zgodzie z opisywanymi w roz-dziale 3 eksperymentami numerycznymi Rothenburga i Bathursta (1992), w których autorzy wykazali, że cząstki eliptyczne tworzą złoża o mocniejszej strukturze niż cząstki o przekroju kołowym.

Nieco inne były przebiegi $\sigma_z(r)$ również w przypadku obwodowego napełniania zbiornika o gładkiej ścianie (rys. 27). Na pierścieniu najbliższym ściany napór normalny pionowy nie zmieniał się istotnie w przypadku ziaren pszenicy, zaś w przypadku nasion rzepaku malał. Wobec równości kątów tarcia wewnętrznego jak i zewnętrznego, przyczyny tej różnicy upatrywać można w silniejszej anizotropii kontaktów w ziarnach pszenicy niż rzepaku (Konishi i in.,1982).

Podsumowując, w warunkach przeprowadzonego eksperymentu wpływ kształtu nasion na mierzone rozkłady naporu był nieznaczny. Taki wynik eksperymentu jest

zgodny z ustaleniem Arthura i Dunstana (1982), którzy badali zależność orientacji płaszczyzny poślizgu od m. in. kształtu cząstek. Ekstremalnie płaski kształt cząstek łupka nie wpłynął na zmianę orientacji płaszczyzny poślizgu w porównaniu do obserwowanej w próbce piasku o regularnym kształcie.

5.6. Energia sprężysta cząstek

W opisywanym eksperymencie nie badano zależności rozkładów naporu od szybkości napełniania zbiornika. Ustalenia innych autorów wskazują że szybkość napełniania istotnie wpływa na obciążenia ściany i dna zbiornika. Tsunakawa i Aoki (1974) wykazali, że napór normalny na ścianie zależy od szybkości napełniania. Ruch cząstek wytwarza obciążenie dynamiczne kiedy poruszająca się wzdłuż nachylonej powierzchni warstwa uderza o ścianę zbiornika. Wielkość takiego obciążenia jest zależna od szybkości i od grubości warstwy zsuwającego się ziarna. Obciążenie dynamiczne, zachowane w formie energii sprężystości pozostaje na ścianie w postaci naprężenia normalnego.

Napór na ścianę zbiornika rośnie również wraz z przyrostem dostarczanej w formie uderzeń energii (Yuu i in., 1985). W każdym zestawie warunków eksperymentu istnieje maksymalny współczynnik upakowania i związany z nim przyrost naporu. Kiedy wartości współczynnika upakowania osiągną maksimum, napór nie przyrasta więcej mimo dostarczania energii. Materiał granularny o większej gęstości cząstek, o większej średnicy cząstek oraz materiał o twardszych cząstkach wytwarza większy przyrost naporu na ścianę przy tym samym względnym współczynniku upakowania. Yuu i in. wykazali że rozkład naporu na dno wzdłuż promienia zmieniał się z przyrostem liczby uderzeń o ścianę i przypuszczają, że było to skutkiem lokalnych zmian współczynnika upakowania.

6. Naprężenia ścinające w warstwie przyściennej

6.1. Deformacja materiału sypkiego pod wpływem ścinania

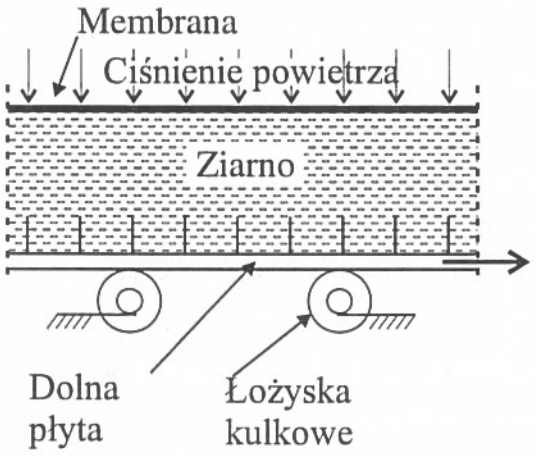
Wzajemne oddziaływania ściany i materiału sypkiego wiąże się z zagadnieniem odkształcenia ośrodka sypkiego w warunkach występowania naprężeń ścinających. Pod obciążeniem najpierw następuje reorientacja sił kontaktowych, a przy dalszym przyroście obciążenia - zmiany konfiguracji geometrycznej ziaren. Zmiany te zachodzą przy zerowym poziomie odkształcenia makroskopowego. Przy bardzo małych odkształceniach ($\gamma_{oct}=10^{-4}$) nie występują poślizgi cząstek (Valnis i Peters., 1993) i cała makroskopowa nieliniowość materiału wynika z nieliniowości w kontaktach między ziarnami oraz z redystrybucji sił kontaktowych w trakcie obciążania. Zależność odkształcenia od naprężenia w kierunku normalnym jest nieliniowo sprężysta, zaś w kierunku stycznym jest nieliniowa i niesprężysta na skutek poślizgów na obrzeżach pierścieni kontaktu pomiędzy ziarnami (Mindlin, 1949). Przy wyższych odkształceniach ($\gamma_{oct}>10^{-4}$) następują poślizgi między ziarnami co pociąga za sobą zmianę ich geometrycznego uporządkowania. W tej fazie ścinania deformacja może być traktowana jako jednorodna. W licznych eksperymentach (np. Roscoe, 1970) stwierdzono, że w końcowej fazie odkształcenia deformacja plastyczna traci jednorodność i lokalizuje się w warstwie ścinania o grubości równej kilku wymiarom charakterystycznym ziaren ośrodka. Strefa ścinania oddziela obszary sztywnych bloków ośrodka pozostających w ruchu względem siebie. Przemieszczenia i odkształcenia uczestniczą w procesie deformacji, z różnym udziałem, od początku. Obroty natomiast pojawiają się prawdopodobnie dopiero w końcowej fazie formowania się warstwy ścinania. Warunkiem występowania obrotów ziaren w deformacji jest zmiana średniego naprężenia na długości równej średniemu wymiarowi ziarna na tyle duża, aby powstały moment siły mógł obrócić ziarno (Mühlhaus i Vardoulakis, 1987). Tej fazie deformacji towarzyszy na ogół dylatacja i osłabienie wytrzymałości materiału (np. Arthur i Dunstan, 1982).

Klasyczna teoria plastyczności zakłada, że ścięcie materiału wraz z osiągnięciem stanu krytycznego odbywa się wzdłuż płaszczyzny (albo powierzchni) poślizgu (np. Fung, 1969). Założenie to jest powszechnie akceptowane w wytrzymałości materiałów

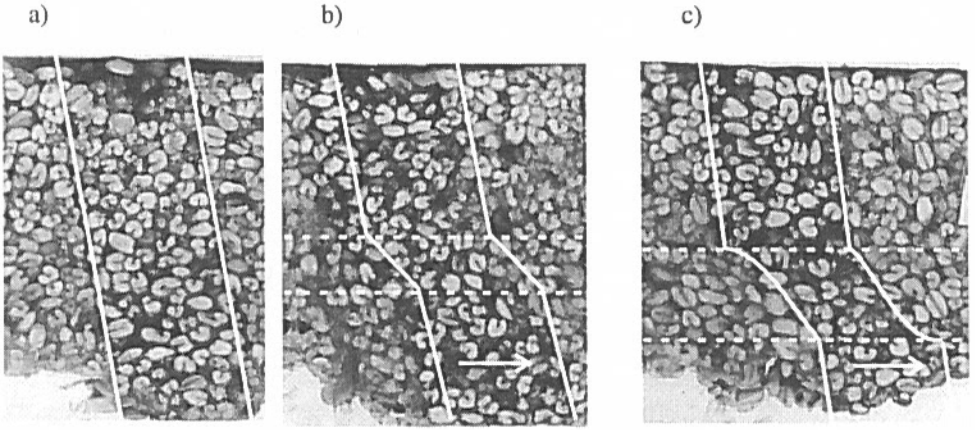
konstrukcyjnych (np. Dyląg i in., 1996) czy mechanice gruntów (np. Glazer, 1977). W ostatnich dwudziestu latach formułowano liczne opisy teoretyczne tworzenia się stref ścinania. Rozwój badań w tym kierunku wynika z rosnącego zapotrzebowania technologii, jak też z upowszechnienia w projektowaniu metody elementów skończonych, w której dokładność rozwiązania zależy od precyzji sformułowania warunków brzegowych (Gnatowski i Łapko, 1995). Modele teoretyczne mechaniki ośrodków ciągłych traktują lokalizację odkształcenia jako wynik niestabilności w równaniach konstytutywnych opisujących odkształcenie jednorodne (np. Rudnicki i Rice, 1975) i stąd wywodzą warunki wystąpienia lokalizacji, jednak bez możliwości oszacowania grubości warstwy ścinania. Model idealnego ośrodka sprężystego zakłada, że przeniesienie naprężeń przez element powierzchniowy, usytuowany wewnątrz ciała, odbywa się wyłącznie za pośrednictwem wektora naprężeń. Przyjmując to założenie otrzymujemy opis deformacji ciała przez symetryczne tensory odkształcenia i naprężenia. W przypadku ciał, w których istotny jest wpływ mikrostruktury przyjąć można, że wzajemne oddziaływania dwu części ciała przez element powierzchniowy odbywa się nie tylko przez wektor siły, ale i przez wektor momentu (Nowacki, 1970). Na ściany elementu prostopadłościennego działają zatem nie tylko naprężenia siłowe σ_{ji}, ale również naprężenia momentowe μ_{ji}. Tensory naprężeń σ_{ji} i μ_{ji} są niesymetryczne. Pełną teorię niesymetrycznej sprężystości opracowali w roku 1909 bracia E. i F. Cosserat. Utworzyli model ośrodka, w którym punkty uzyskały orientację (ośrodek polarny) i w którym można uwzględnić obrót punktu. Deformacja ciała opisana jest przez wektor przemieszczenia i przez niezależny od niego wektor obrotu. W wyniku wprowadzenia obrotu uwzględniane są naprężenia momentowe, a w równaniu konstytutywnym pojawia się wymiar charakterystyczny cząstki. W efekcie opis ośrodka polarnego zawiera wymiar charakterystyczny i równocześnie zachowuje istotę ośrodka ciągłego. Możliwe jest zatem uzyskanie m.in. niezerowej grubości warstwy ścinania. Teoria Cosseratów nie została doceniona za życia autorów, być może ze względu na konieczność skomplikowanych obliczeń przy próbach jej zastosowań. Obecnie teoria ta wzbudza zainteresowanie badaczy, a jedną z dziedzin jej zastosowań stała się mechanika ośrodków granularnych. Skutecznego oszacowania orientacji i grubości strefy ścinania

w oparciu o teorię Cosseratów dokonali Mühlhaus i Vardoulakis (1987), którzy weryfikowali swój model na piasku, w płaskim stanie odkształcenia. Potwierdzili hipotezę Roscoe'a (1970), że grubość warstwy ścinania ma wymiar niezerowy, równy kilku wielokrotnościom średniego wymiaru ziaren ośrodka. Tejchman i Wu (1993) zaprezentowali skuteczność ujęcia Cosseratów w eksperymencie numerycznym. W zakresie badań w ramach ujęcia mikrostrukturalnego warto wymienić opatrzone licznymi odniesieniami następujące prace Changa i współpracowników: Chang C.S. i C.L. Liao, (1990); Chang C.S. i L. Ma, (1990); Chang C.S., A. Misra i S.S. Sundaram, (1990); Chang C.S. i A. Misra, (1990) oraz Chang C.S., A. Misra i K. Acheampong, (1992).

Bardet i Proubet (1992) omawiają dotychczas prezentowane analizy tworzenia się warstwy ścinania w gruntach i glebach oraz przedstawiają swój model. Autorzy ci wnioskują, że pojawiające się niezgodności wyników analiz można będzie wyjaśnić po zgromadzeniu większego materiału eksperymentalnego. Problem braku materiału eksperymentalnego, w jeszcze większym stopniu dotyczy badań materiałów pochodzenia roślinnego. Zhang i in. (1994) przeprowadzili badania oddziaływania blachy falistej z ziarnem pszenicy w procesie ścinania. Stwierdzili, że dolna granica warstwy ścinania znajduje się 4,5 mm poniżej szczytów, a górna około 18,5 mm powyżej szczytów wznie-sień falistości blachy. Na położenie strefy ścinania nie miały wpływu ani wilgotność, ani napór normalny. Molenda i in. (1997) przeprowadzili badania deformacji warstwy pszenicy w zmodyfikowanym aparacie bezpośredniego ścinania (rys. 33). Ze względu na znaczną wielkość ziaren pszenicy zastosowano powierzchnię ścinania o wymiarach 0,254 m x 0,61 m. Górna powierzchnia warstwy ziarna umieszczonej w prostopadłościennej komorze obciążana była ciśnieniem powietrza za pośrednictwem membrany gumowej. Część dna komory stanowiła przesuwna płyta, oparta na łożyskach kulkowych, z poprzeczkami wymuszającymi odkształcenie dolnej warstwy próbki względem górnej. Grubość warstwy ziarna ponad dnem płyty przesuwnej wynosiła 7,6 cm. Przy przedniej i tylnej ścianie komory zamontowano poziome płyty odciążające. Ich zadaniem było wyeliminowanie kontaktu ciernego w obszarach najbardziej nierównomiernego naporu normalnego. Płyta przesuwna połączona była łańcuchem z belką maszyny wytrzymałościowej,

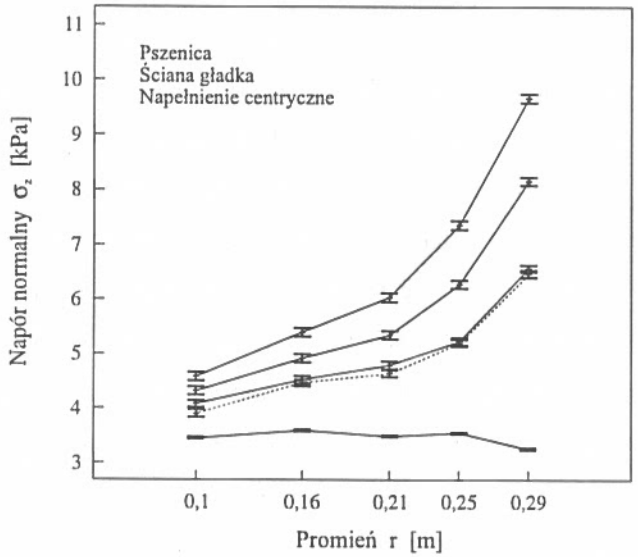


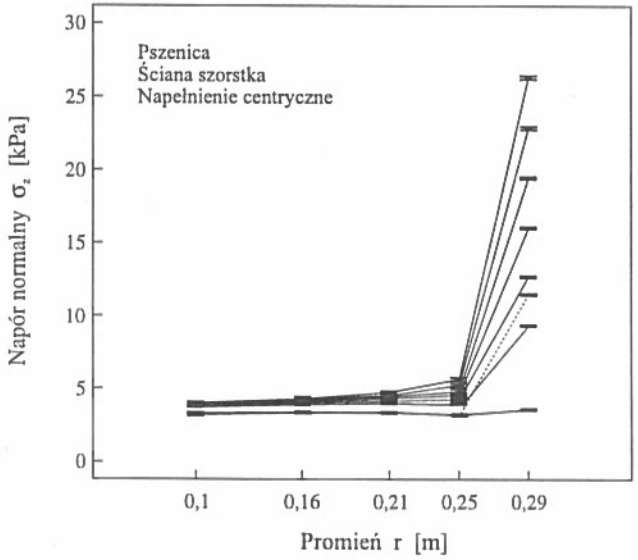
Rys. 32. Schemat zmodyfikowanego aparatu bezpośredniego ścinania



Rys. 33. Przekroje przez odkształconą warstwę pszenicy; a) deformacja jednorodna, b) początek formowania się warstwy ścinania, c) w pełni rozwinięta warstwa ścinania

za pomocą której wymuszano ruch płyty i mierzono siłę tarcia. W warstwie ziarna przed obciążeniem umieszczano pionowe kolumny ziarna barwionego o wymiarach przekroju poziomego 25 mm x 25 mm. Następnie obciążano górną powierzchnię próbki ciśnieniem powietrza i przemieszczano dolną płytę w kierunku poziomym. Po zatrzymaniu ruchu i zdjęciu obciążenia utrwalano strukturę próbki przez zalanie ziarna gorącą parafiną. Po zestaleniu parafiny wykonywano przekroje warstwy ziarna obrazujące rozwój odkształcenia. Trzy charakterystyczne stadia odkształcenia ilustruje rysunek 33. Przy niewielkim przemieszczeniu dolnej warstwy w próbce występuje odkształcenie jednorodne, ze znacznym udziałem odkształcenia sprężystego (rys. 33a). Ze wzrostem przemieszczenia odkształcenie lokalizuje się w wąskiej strefie ścinania (rys. 33b). Prawdopodobnie przy dalszym wzroście przemieszczenia strefa ścinania rozszerza się i stabilizuje po osiągnięciu stanu krytycznego (rys. 33c) osiągając grubość około 13 mm. Stwierdzono, że napór pionowy w stosowanym zakresie (7 ÷ 48 kPa) nie ma wpływu na grubość warstwy ścinania. Powyższe spostrzeżenia o odkształceniu w procesie ścinania pozostają w zgodzie z rozpoznaniem oddziaływań w warstwie przyściennej w zbiorniku modelowym. W rzeczywistym zbiorniku warstwa ścinania w rozwiniętej formie kształtuje się prawdopodobnie tylko przy szorstkiej ścianie (gdy kąt tarcia o ścianę jest bliski kątowi tarcia wewnętrznego) w warunkach przepływu masowego. Niezależność grubości warstwy ścinania od naporu normalnego na ścianę może powodować trudności w przenoszeniu wyników badań modelowych na rzeczywiste konstrukcje. Stwierdzono, że niekiedy wyniki badań rozkładu naprężeń w silosach modelowych obarczone są znacznymi błędami skali. Nielsen i Askegaard (1977), Münch - Andersen (1987) oraz Münch - Andersen i Nielsen (1990) badając błędy skali w zbiornikach modelowych o różnej wielkości stwierdzili, że modele zawyżają wartość obciążeń dynamicznych jakie występują podczas opróżniania. Badania Münch - Andersena (1987) wykazały, że przeciążenia te powstają na skutek dylatacji materiału w warstwie przyściennej pojawiającej się przy przepływie masowym. Grubość warstwy przyściennej nie zmienia się z przyrostem średnicy zbiornika. Zatem wraz z przyrostem średnicy silosu maleje wpływ





Rys. 34. Rozkłady pionowego naporu normalnego wzdłuż promienia dna przy pionowym obciążaniu ściany zbiornika napełnionego pszenicą

dylatacji warstwy przyściennej na przeciążenie dynamiczne, co jest jednym ze źródeł błędów skali.

Lokalizacja stref ścinania wewnątrz złoża zależy również od sztywności ściany. Kamiński i Wirska (1997) w badaniach z piaskiem i cementem wykazali, że w silosie o silnie podatnej ścianie nie występuje przepływ masowy. Mimo iż wymiary silosu zaprojektowano zgodnie z normą dla przepływu masowego, w trakcie eksperymentu obserwowano jedynie przepływ rdzeniowy. Strefy ścinania powstawały wewnątrz złoża, w pobliżu ściany.

6.2. Wpływ pionowego obciążenia ściany na rozkład naporu $\sigma_z(r)$ i naprężenia stycznego $\tau(r)$

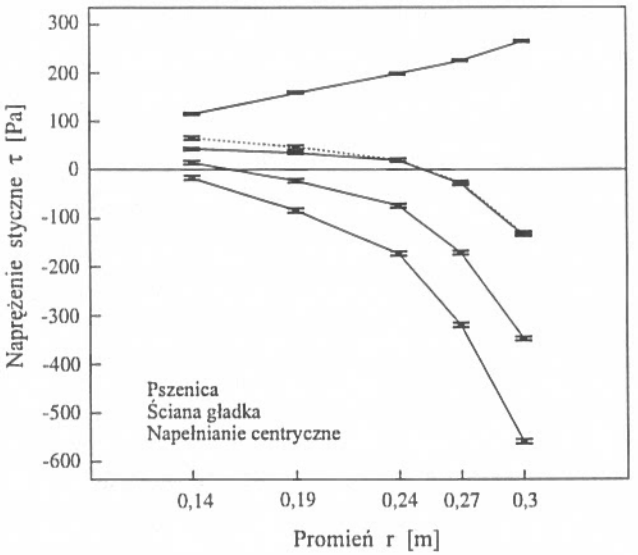
W przypadku gleb i gruntów praktycznie znaczenie mają przede wszystkim zjawiska towarzyszące osiąganiu stanu granicznego - utracie wytrzymałości. W ośrodku biologicznym obserwuje się efekty jego znacznych odkształceń odwracalnych. Jednym z takich efektów jest zmiana zwrotu siły tarcia na ścianie w końcowej fazie wypływu ziarna z silosu (Horabik i in. 1991; Horabik i in., 1992). Stanowisko pomiarowe służące do badań rozkładu naporu wzdłuż promienia dna zastosowano do badania zmiany stanu naprężenia w wyniku zmiany zwrotu siły tarcia na ścianie. Zbiornik napełniano centrycznie, zwartym strumieniem nasion. Stan naprężeń występujący w warunkach rzeczywistych w końcowej fazie opróżniania wytwarzano poprzez obciążenie ziarna ciężarem ściany przy usuniętych jej podparciach. Następnie stopniowo, w odstępach co 235 N, zwiększano pionowe obciążanie ściany, przez ustawianie na pierścieniach wzmacniających obciążników aż do wystąpienia poślizgu. Pomiary prowadzono z nasionami pięciu gatunków roślin używanych w poprzednio omawianych eksperymentach, na zbiornikach ze ścianą gładką i szorstką. Ciężar ściany gładkiej wynosił 136 N, zaś ściany szorstkiej 155 N. Wyznaczano rozkłady wzdłuż promienia zbiornika: naporu pionowego na dno $\sigma_z(r)$ i naprężenia stycznego $\tau(r)$, sposobem opisanym w rozdziale 4. Po napełnieniu zbiornika wypadkowa sił tarcia na ścianie skierowana jest ku dołowi tzn. ściana przenosi część ciężaru ziarna, a średnie naprężenie styczne na powierzchni walcowej

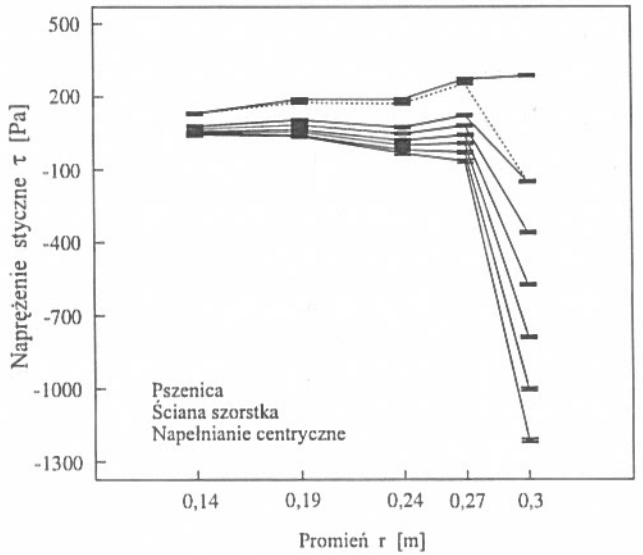
warstwy ziarna skierowane jest ku górze. Usunięcie podparcia ściany powoduje obciążenie ziarna ciężarem ściany, a naprężenie τ jest teraz skierowane w dół. Oddziaływanie sił tarcia przenosi się poprzez tarcie wewnętrzne w głąb materiału i na dno zbiornika. Przebieg zmian rozkładu naporu pionowego na dno σ_z pszenicy przy rosnącym obciążeniu ścian gładkiej i szorstkiej przedstawiono na rysunku 34. Z przyrostem obciążenia ściany rośnie napór pionowy na dno, najwięcej na pierścień najbliższy ściany. Maksymalna wartość naporu pionowego w przypadku ściany gładkiej wynosi ok. 10 kPa, zaś w przypadku ściany szorstkiej jest blisko trzykrotnie większa. Przyrosty naporu na pierwszy pierścień przy kolejnych stopniach obciążania ściany są sobie równe, co oznacza, że nie nastąpił poślizg między złożem a ścianą, gdyż wtedy musiałoby wystąpić zakłócenie przebiegu związane z przejściem tarcia statycznego w kinetyczne i przyśpieszonym ruchem ściany. Podobnie zakłócenie jednorodności odkształcenia w warstwie przyściennej (jako np. dylatacja) przejawiłoby się w przebiegu eksperymentu.

Kolejne przyrosty obciążenia ściany powodują coraz słabsze przyrosty naporu na pierścieniach bliższych osi zbiornika. Po usunięciu dodatkowego obciążenia ściany (sytuacji tej odpowiadają punkty eksperymentalne połączone na wykresach linią przerywaną) rozkład naporu zbliża się do przebiegu sprzed dodatkowego obciążania ściany. Oznacza to, że nie przekroczono granicy zakresu odkształceń odwracalnych.

Intensywność przenoszenia obciążenia od ściany w głąb materiału jest wyraźniej widoczna na przebiegach rozkładu naprężenia stycznego τ. Rysunek 35 przedstawia te przebiegi na przykładzie ziarna pszenicy. Przyrosty obciążenia ściany powodują przyrost τ na całej długości promienia. W zakresie od osi zbiornika do przekroju najbliższego ściany przebiegi $\tau(r)$ są w przybliżeniu liniowe. Przyrosty w warstwie przyściennej są znacznie wyższe, co jest widoczne szczególnie wyraźnie na przebiegu otrzymanym dla szorstkiej ściany zbiornika. Prawdopodobnie w obszarze styku ściany i dna tworzy się struktura materiału przenosząca napór przede wszystkim na pierwszy pierścień. Mocniejsze, w przypadku ściany szorstkiej, wiązania cierne tworzą strukturę o większej sztywności.

Zdjęcie ze ściany gładkiej dodatkowych obciążników powoduje powrót rozkładu $\tau(r)$ do pierwotnego kształtu. W przypadku ściany szorstkiej jej obciążenie spowodowało



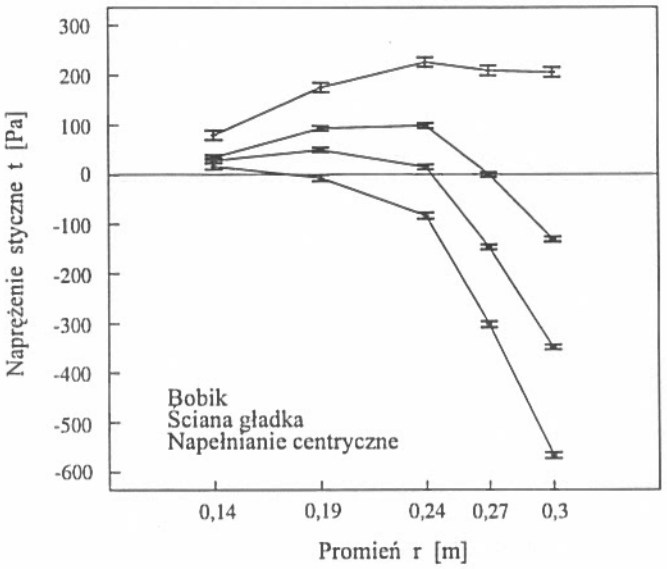


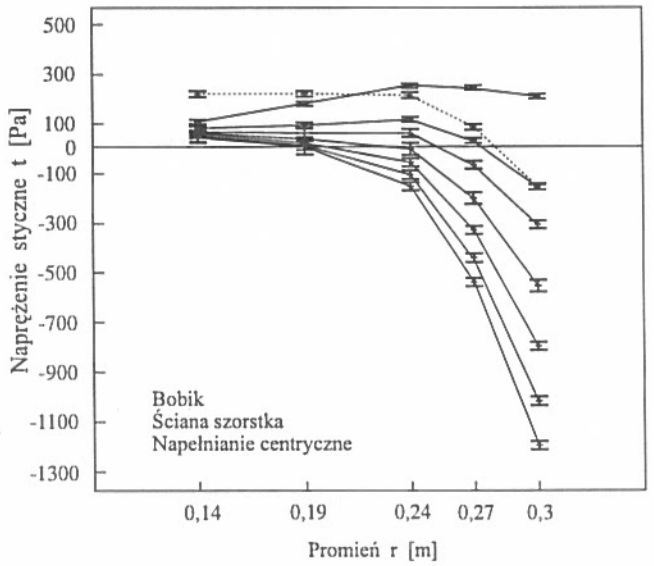
Rys. 35. Rozkłady średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia warstwy przy pionowym obciążaniu ściany zbiornika napełnionego pszenicą

nieodwracalne odkształcenia w większej objętości materiału. Wytworzyła się nowa konfiguracja przestrzenna punktów kontaktu ziaren w sąsiedztwie ściany co wymagało ich wzajemnych przemieszczeń. W przeważającej części objętości ziarna wzajemne ruchy ziaren prawdopodobnie odbywały się w ramach niezmiennej sieci punktów kontaktu, jedynie przy odwracalnej reorientacji sił kontaktowych.

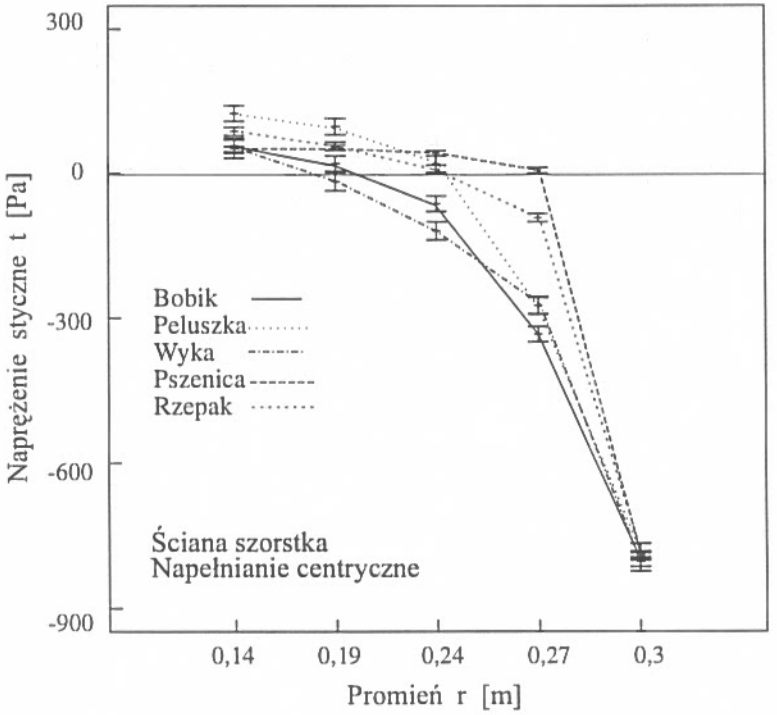
Przebiegi rozkładu naprężenia stycznego w nasionach bobiku (rys. 36) w porównaniu do przebiegów w ziarnie pszenicy (rys. 35) wskazują, że zasięg oddziaływania obciążenia ściany zależy od wymiaru ziaren. Przyrost naprężenia stycznego na ścianie szorstkiej przenosi się w głąb warstwy bobiku znacznie intensywniej. Po usunięciu dodatkowego obciążenia ściany nieodwracalna zmiana kształtu przebiegu sięga przekroju położonego w odległości 0,24 m od osi, podczas gdy dla pszenicy sięgała przekroju w odległości 0,27 m od osi. Na rysunku 37 przedstawiono przebiegi $\tau(r)$ uzyskane w zbiorniku o szorstkiej ścianie w złożach nasion pięciu gatunków roślin. Zaburzenie stanu naprężeń zanika najszybciej w przypadku małych nasion rzepaku i pszenicy, zaś sięga najgłębiej ku osi w przypadku największych nasion - bobiku. Małe ziarna wnikają głębiej pomiędzy nierówności szorstkiej powierzchni tworząc, wytrzymałe na obciążenie styczne, wiązania kształtowe. Słabsze wiązania między ścianą i większymi ziarnami tworzą strukturę bardziej elastyczną pozwalając na propagację obciążenia w głąb materiału. Równocześnie małe ziarna stwarzają większe zagęszczenie łańcuchów sił, które swoim zasięgiem nie przekroczą obszaru pierwszego pierścienia. Jak wykazały liczne eksperymenty elastooptyczne łańcuchy sił tworzą się we wzajemnych odległościach kilku wymiarów ziaren (np. Drescher, 1972) i nie zmieniają orientacji przy niewielkim odkształceniu materiału.

Eksperyment wykazał, że efekt zmienności naprężenia w poprzek kierunku ścinania, zależny od wymiaru ziarna uwidacznia się, nie tylko w stanie płynięcia, ale również w zakresie odkształceń odwracalnych.





Rys. 36. Rozkłady średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia warstwy przy pionowym obciążaniu ściany zbiornika napełnionego nasionami bobiku



Rys. 37. Rozkłady średniego naprężenia stycznego wzdłuż promienia warstwy przy pionowym obciążeniu ściany zbiornika napełnianego nasionami pięciu gatunków roślin

7. Wpływ struktury złoża na iloraz naporu

7.1. Metoda napełniania i gatunek nasion

Wyniki badań przedstawione w rozdziale 5 wskazują, że złoże utworzone z nasion jest ośrodkiem anizotropowym. Różne metody napełniania zbiornika wytwarzają odmienne rozkłady naporu pionowego na dno i pionowych naprężeń stycznych, a także różną wartość poziomego naporu na ścianie. Dla umożliwienia wyznaczania współczynnika tarcia o ścianę i ilorazu naporu zastosowano zbiornik ze ścianą podzieloną na połowy, wzdłuż jej pionowego przekroju osiowego. Pomiar sił poziomych działających na połowy ściany pozwolił wyznaczyć równocześnie wartości średniego poziomego naporu na ścianę σ_n, współczynnika tarcia na ścianie τ/σ_n i ilorazu naporu k. Ścianę wykonano z blachy stalowej i pokryto galwanicznie warstwą cynku. Eksperyment wykonano w trzech wariantach:

a) dla trzech metod napełniania ziarnem pszenicy,

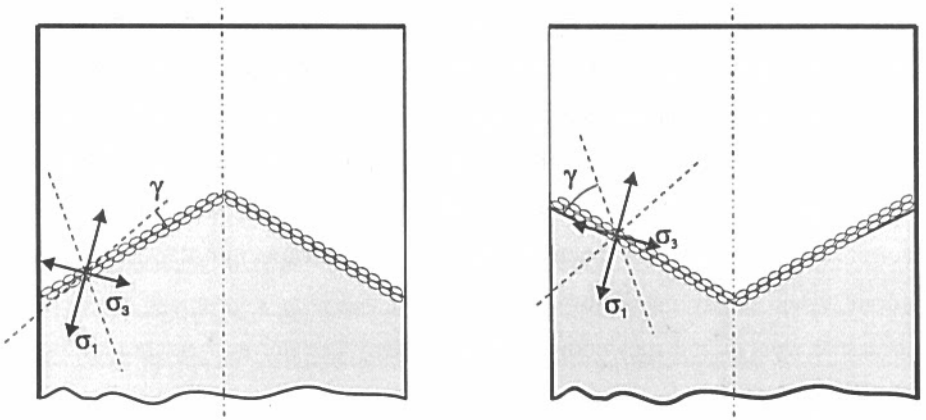
b) z dodatkowym obciążeniem górnej powierzchni złoża, przy centrycznym napełniania ziarnem pszenicy,

c) dla nasion pięciu gatunków roślin, przy centrycznym napełnianiu.

Współczynnik tarcia o ścianę obliczano jako iloraz średniego naprężenia stycznego τ do średniego naporu poziomego σ_n. Iloraz naporu k wyznaczano przez numeryczne rozwiązanie równania Janssena. Każdy pomiar powtarzano sześciokrotnie i w tabelach przedstawiono wartości średnie wyznaczonych parametrów oraz ich odchylenia standardowe. Do obliczeń wzięto wartości sił zmierzone w stanie statycznym, po 30 minutach spoczynku (oznaczone S) i wartości zmierzone po trzech sekundach wypływu (oznaczone D). Jak wskazują wcześniejsze badania (np. Molenda i in., 1995) jest to czas, po którym ustają efekty przejściowe zmiany stanu naprężeń z czynnego na bierny, a równocześnie wypływ nie spowodował jeszcze zmiany kształtu powierzchni swobodnej ziarna w zbiorniku.

Najwyższy napór poziomy w stanie statycznym (Tabela 7.1) zaobserwowano w przypadku napełniania centrycznego (702 Pa), najniższy zaś w przypadku napełniania rozproszonego (579 Pa). Otrzymany wynik potwierdza, że napełnianie centryczne wytwarza

orientację przestrzenną ziaren powodującą najbardziej intensywne przenoszenie sił w kierunku ściany, zaś napełnianie rozproszone skutkuje najbardziej intensywnym przenoszeniem sił w kierunku pionowym. W rozdziale 3 pokazano jak anizotropia próbki wpływa na wartości kąta tarcia wewnętrznego. Podobnie różne metody napełniania zbiornika wytwarzają złoża z anizotropią właściwości mechanicznych. Rysunek 38 ilustruje ten efekt dla centrycznego i obwodowego napełniania zbiornika niesferycznymi ziarnami. Skrzyżowane strzałki oznaczają kierunki naprężeń głównych, z σ_1 działającym w dół ku ścianie co obrazuje czynny stan naprężeń. Przecinające się linie przerywane oznaczają kierunki potencjalnych płaszczyzn poślizgu odchylone o kąt $\alpha = \pm (\pi/4 + \phi/2)$ od osi większego naprężenia głównego, zgodnie z warunkiem stanu granicznego Coulomba - Mohra. Preferowana orientacja najdłuższych osi ziaren to kierunek tworzącej stożka naturalnego usypu; wypukłego w przypadku napełniania centrycznego, a wklęsłego w przypadku napełniania obwodowego. Kąt γ zawarty między kierunkiem preferowanej orientacji ziaren, a potencjalną płaszczyzną poślizgu jest większy w przypadku napełniania obwodowego niż centrycznego. Zatem, zgodnie z wynikami przedstawionymi na rys. 14, w przypadku napełniania obwodowego kąt tarcia wewnętrznego jest większy niż w przypadku napełniania centrycznego. W efekcie powstaje



Rys. 38. Położenie kierunku wyróżnionej orientacji ziaren względem powierzchni poślizgu, wyznaczonej w oparciu o warunek Coulomba-Mohra, dla napełnienia centrycznego i obwodowego

różnica poziomego rozkładu naporu na ścianę. Wyższe wartości naporu poziomego na ścianę w przypadku napełniania centrycznego wytwarzają wyższe tarcie na ścianie i w konsekwencji wyższe pionowe naprężenie styczne w materiale, co obserwowano na wykresach pionowego naprężenia stycznego $\tau(r)$ omawianych w rozdziale 5.

Tabela 7.1. Wartości średniego naporu poziomego σ_n, średniego naprężenia stycznego τ, ilorazu naporu k oraz współczynnika tarcia o ścianę τ/σ_n dla trzech metod napełniania zbiornika ziarnem pszenicy (S - stan spoczynku, D - 3 sekundy po rozpoczęciu opróżniania)

Metoda napełniania	σ_n [Pa]	τ [Pa]	τ/σ_n	k
		S		
Centryczne	702±7	220±4	0,313±0,004	0,361±0,005
Obwodowe	668±6	191±2	0,286±0,002	0,335±0,003
Rozproszone	579±19	174±5	0,303±0,007	0,266±0,007
		D		
Centryczne	924±3	271±3	0,293±0,003	0,500±0,001
Obwodowe	886±10	225±3	0,254±0,002	0,459±0,006
Rozproszone	661±15	180±4	0,272±0,007	0,308±0,006

Wartości naporu poziomego zmierzone po trzech sekundach wypływu były do 33% wyższe niż w warunkach statycznych. Jest to skutkiem zmiany stanu naprężeń w złożu z czynnego na bierny.

Stwierdzono istotne różnice wartości współczynnika tarcia w zależności od metody napełniania. Najwyższą wartość τ/σ_n, równą w przybliżeniu 0,313 otrzymano przy napełnianiu centrycznym, najniższą 0,286 przy napełnianiu obwodowym. Przyczyną zróżnicowania wartości współczynnika tarcia są prawdopodobnie różnice w wielkości powierzchni rzeczywistego kontaktu ziarna ze ścianą zbiornika, wynikające z liczby powstających punktów kontaktu przypadającej na jednostkę powierzchni ściany. Wartości współczynnika tarcia sugerują, że napełnianie centryczne wytwarza największą liczbę kontaktów na jednostkę powierzchni ściany, zaś napełnianie obwodowe - najmniejszą. Wartości współczynnika tarcia zmierzone w zbiorniku są znacznie wyższe niż $\mu = 0,152$ otrzymane na płaskiej blasze cynkowanej z zastosowaniem aparatu

bezpośredniego ścinania (tab. 4.2). Dwa czynniki mogą być powodem tej rozbieżności. Po pierwsze wartości z pomiarów w zbiorniku otrzymano dla stanu statycznego, a współczynnik tarcia statycznego jest z reguły wyższy niż współczynnik tarcia kinetycznego (Hebda i Wachal, 1980). Po drugie, wartości naprężeń normalnych w metodzie bezpośredniego ścinania (0,014÷0,055 MPa) były wielokrotnie wyższe niż wartości naporu poziomego (rzędu 0,001 MPa) w zbiorniku, w warstwie ziarna o wysokości 60 cm. Wyznaczanie współczynnika tarcia w zakresie tak niskich naprężeń normalnych jest przedmiotem kontrowersji wśród eksperymentatorów, gdyż opory własne aparatury i błędy pomiarowe są rzędu wartości mierzonych sił. Wydaje się, że bardziej wiarygodnym sposobem wyznaczania współczynnika tarcia, w zakresie naprężeń bliskich ciężarowi własnemu warstwy byłaby metoda trybometru nachylnego.

Wartości współczynnika tarcia wyznaczone dla stanu rozpoczynającego się wypływu były istotnie niższe niż wartości wyznaczone w stanie statycznym. Zgodnie ze znanym spostrzeżeniem trybologii, współczynnik tarcia kinetycznego jest niższy niż współczynnik tarcia statycznego.

W konsekwencji różnic stanu naprężeń wywołanych metodą napełniania zmienia się również iloraz naporu. Jego zakres zmienności w warunkach statycznych zawiera się w przedziale od 0,266 (napełnianie rozproszone) do 0,361 (napełnianie centryczne). Otrzymane wartości k są niższe niż zalecane przez normy konstrukcyjne, jakkolwiek mieszczą się w zakresie podawanych w literaturze. Aoki (1976) otrzymał wartości k dla pszenicy w zakresie od 0,21 do 0,40, zależnie od sposobu i szybkości napełniania zbiornika. Hao i in. (1994) otrzymali w zbiorniku modelowym $k = 0,32$ dla pszenicy o wilgotności 12 %. Przyczyną niskich wartości ilorazu naporu uzyskiwanych w omawianym eksperymencie może być niski napór wywierany przez słup ziarna o wysokości równej wymiarowi średnicy zbiornika. Zgodnie ze znanymi wynikami eksperymentów i ustaleń teoretycznych (np. Jenike, 1868; Moysey, 1975), wartości ilorazu naporu, wyznaczone w stanie rozpoczynającego się wypływu, są wyższe niż wyznaczone w stanie statycznym.

W pomiarach z zastosowaniem nasion pięciu gatunków (tab. 7.2) największą wartość ilorazu naporu $k = 0,593$ otrzymano dla nasion wyki, najmniejszą $k = 0,361$ dla pszenicy.

Równocześnie wyka charakteryzuje się najmniejszym, spośród badanych nasion, kątem tarcia wewnętrznego (φ =21,1°) oraz najmniejszą wartością współczynnika tarcia o ścianę (τ/σ_n=0,195) tj. czynników które decydująco wpływają na wartość ilorazu naporu.

Tabela 7.2. Wartości średnie gęstości ρ, ilorazu naporu k oraz współczynnika tarcia o ścianę τ/σ_n dla centrycznego napełniania zbiornika nasionami pięciu gatunków roślin

Gatunek	ρ, kg/m^3	k	τ/σ_n
Bobik	856	0,450±0,024	0,232±0,014
Peluszka	833	0,444±0,020	0,244±0,012
Pszenica	782	0,361±0,005	0,313±0,003
Wyka	853	0,593±0,015	0,195±0,005
Rzepak	686	0,484±0,014	0,310±0,004

7.2. Napór pionowy

Wyniki badań relacjonowane w literaturze wskazują, że wyznaczana wartość ilorazu naporu nie zależy od poziomu naporu pionowego po przekroczeniu jego minimalnej wartości, charakterystycznej dla danego materiału. Williams i in. (1987) mierzyli naprężenia w modelu silosu napełnianym nasionami koniczyny i stwierdzili, że w zakresie od 200 do 1200 Pa iloraz naporu nie zależy od pionowego naporu normalnego. Kwade i in. (1994a,b) stwierdzili, że naprężenie poziome wzrasta niemal proporcjonalnie do naprężenia pionowego po przekroczeniu wartości σ_z około 10 kPa. Poniżej tego poziomu naprężenia pionowego iloraz naporu wykazuje odchylenia dla większości materiałów, zależne od rodzaju materiału. Niezmienność wartości k w trakcie obciążania zaobserwowali też Law i in. (1992), którzy wyznaczali iloraz naporu jęczmienia dla zakresu naporu pionowego od 10 do 100 kPa. Autorzy ci, jak i Lohnes (1993) podają, że w trakcie odciążania zależność $\sigma_x(\sigma_z)$ jest nieliniowa i iloraz naporu wzrasta ze spadkiem naporu pionowego. Po odciążeniu, przy bliskiej zeru wartości naprężenia pionowego pozostaje istotnie różne od zera szczątkowe naprężenie poziome.

W programie niniejszego opracowania zagadnienie to badano w eksperymencie z dodatkowo obciążaną górną powierzchnią warstwy ziarna pszenicy. Dodatkowe obciążenie

górnej powierzchni złoża stosowano, aby wytworzyć w warstwie stan naprężeń taki jak przy dnie zbiornika wyższego niż model. Taki sposób symulowania przyrostu wysokości słupa materiału sprawdzili Jofriet i Negi (1983) w badaniach współczynnika tarcia kiszonki o ścianę modelu silosu. Po centrycznym napełnieniu zbiornika powierzchnię warstwy obciążano płytą stalową i w następnym kroku beczką napełnianą wodą. Pozostawiano ziarno pod obciążeniem przez jedną godzinę po czy zdejmowano obciążenie pionowe. Dla poszczególnych etapów cyklu obciążenie - odciążenie wyznaczono parametry złoża przedstawione w tabeli 7.3.

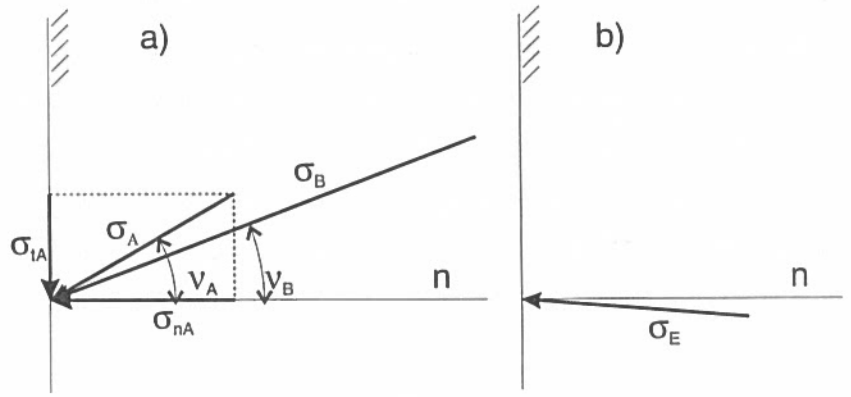
Tabela 7.3. Wartości średniego naporu poziomego σ_n, współczynnika tarcia o ścianę τ/σ_n, ilorazu naporu k, stosunku obciążenia ściany do ciężaru ziarna w zbiorniku *WTR* oraz gęstości ρ dla złoża pszenicy, w zależności od stanu obciążenia górnej powierzchni (A - po napełnieniu, B - po obciążeniu płytą, C - po dociążeniu beczką z wodą, D - po jednej godzinie spoczynku, E - po zupełnym odciążeniu)

Stan złoża	σ_n, [Pa]	τ/σ_n	k	WTR	ρ, [kg/m^3]
A	743±25	0,286±0,009	0,379±0,012	0,186±0,002	765±2,5
B	2068±150	0,257±0,014	0,442±0,017	0,456±0,030	777±4,9
C	4508±49	0,251±0,002	0,399±0,011	0,975±0,020	777±2,7
D	4110±33	0,254±0,003	0,358±0,006	0,897±0,012	777±2,5
E	2258±233	-0,031±0,01	0,963±0,091	-0,061±0,022	778±2,5

Średni poziomy napór normalny do ściany, σ_n, rósł w kolejnych etapach obciążania do 4508 Pa, by w trakcie jednogodzinnego spoczynku zmaleć do 4110 Pa, przy stałym obciążeniu pionowym. Efekt taki obserwowano również w zbiornikach komercyjnych, gdzie w czasie spoczynku maleje obciążenie ściany i wzrasta obciążenie dna (np. Molenda i in., 1996). Następuje konsolidacja materiału w kierunku większego naprężenia głównego (pionowym) z równoczesnym spadkiem normalnego naprężenia poziomego. Proces reorientacji sił kontaktowych odbywa się bez mierzalnej zmiany gęstości materiału. Po odciążeniu górnej powierzchni warstwy σ_n maleje do 2258 Pa, wartości około trzykrotnie wyższej od początkowej, wynoszącej około 743 Pa. Ograniczająca złoże powierzchnia ściany utrwala wytworzoną w trakcie obciążania konfigurację poziomych składowych sił kontaktowych, która jest w znacznym stopniu nieodwracalna. Uwolnienie energii sprężystości, zgromadzonej w kontaktach w kierunku pionowym, po zdjęciu

obciążenia nie jest ograniczone. W efekcie następuje znaczny wzrost ilorazu. Wyznaczony w eksperymencie iloraz naporu k po napełnieniu zbiornika wynosi 0,379, po obciążeniu płytą wzrasta do 0,442. Równocześnie następuje przyrost gęstości ziarna o około 1,5%. Po dodatkowym obciążeniu beczką z wodą k maleje do 0,399, bez mierzalnego przyrostu gęstości ziarna. W pierwszym etapie obciążania następuje konsolidacja złoża, której towarzyszy zmiana konfiguracji geometrycznej kontaktów. W etapie drugim występuje tylko zmiana układu sił kontaktowych, bez reorientacji ziaren i zagęszczania. Po jednej godzinie spoczynku iloraz naporu maleje, a po odciążeniu wzrasta do 0,963. Dzieje się tak na skutek utrudnienia relaksacji sił kontaktowych w kierunku poziomym.

Współczynnik tarcia τ/σ_n zależy od obciążenia pionowego i historii obciążenia. Po napełnieniu zbiornika ziarnem równy jest 0,286, po obciążeniu płytą maleje do 0,257. Nieznacznie maleje po dodatkowym obciążeniu, a po odciążeniu materiału osiąga wartość bliską zeru. W trakcie eksperymentu następuje zmiana kąta nachylenia v wektora naprężenia na styku materiału ze ścianą zbiornika (rys. 39). Przy dodatkowym obciążaniu składowa styczna wektora naprężenia τ przyrasta mniej niż proporcjonalnie z przyrostem składowej pionowej σ_n. Po odciążeniu, na skutek odprężenia materiału, składowa styczna zanika (albo zmienia zwrot) i wektor aprężenia jest w przybliżeniu prostopadły do ściany.



Rys. 39. Wektor naprężenia w kontakcie materiału ze ścianą a) przyrost obciążenia pionowego (stany A i B), b) stan po odciążeniu (E)

Na ogół zakłada się, że tarcie na ścianie jest w pełni zmobilizowane tzn. $\tau = \mu\sigma_n$. Eksperyment wskazuje, że w rzeczywistości możliwe są inne warunki tarcia o ścianę. Kiedy tarcie nie jest zmobilizowane, wtedy $\tau < \mu\sigma_n$. Dno zbiornika uniemożliwia ruch ośrodka wzdłuż ściany, zatem może również być: $\tau > \mu\sigma_n$. Należy zatem rozróżnić współczynnik tarcia μ materiału o ścianę, wyznaczany metodą laboratoryjną w trakcie poślizgu próbki ziarna po materiale konstrukcyjnym, i współczynnik tarcia τ/σ_n wyznaczany w modelu silosu. Współczynnik μ jest stałą materiałową, zaś τ/σ_n przyjmuje wartości zależne od warunków w kontakcie materiału ze ścianą, zależnych od metody usypywania i historii obciążenia. Kóta (1996) proponuje dla τ/σ_n oznaczenie - $m = \mathrm{tg}\ \nu$, i nazwę „wirtualny współczynnik tarcia". Warunek $\nu \leq \mathrm{arctg}\ \mu$ na płaszczyźnie składowych (τ, σ_n) określa ograniczenie możliwych położeń wektora naprężania w kontakcie materiału ze ścianą. Zależnie od wzajemnego położenia powyższego warunku i warunku plastyczności na płaszczyźnie (τ, σ_n), poślizg może nastąpić po ścianie albo wewnątrz materiału (Drescher, 1983).

7.3. Wybrane oszacowania teoretyczne ilorazu naporu

Janssen zalecał eksperymentalne wyznaczanie ilorazu naporu k dla każdego przechowywanego w silosie materiału. Dla uproszczenia projektowania silosów poszukiwano jednak wyrażenia matematycznego pozwalającego obliczyć jego przybliżoną wartość. Dyskusję ważniejszych propozycji najczęściej wiążących k z kątem tarcia wewnętrznego φ lub z kątem tarcia o ścianę, φ_w, przedstawili Sundaram i Cowin (1979), Drescher (1991) oraz Lohnes (1993). Niżej cytowane zależności pochodzą z pracy Dreschera (1991), który prezentuje omawiane wyrażenia dla parametru K, definiowanego jako:

$$K = k\mu . \tag{7.1a}$$

Często stosowane jest wyrażenie odpowiadające czynnemu stanowi naprężenia wg Rankine'a:

$$K = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\tan\varphi_w. \tag{7.1b}$$

którego wyprowadzenie opiera się na związkach trygonometrycznych występujących na diagramie Mohra, przy założeniu uplastycznienia (osiągnięcia stanu krytycznego) materiału w osi silosu. Zakładając uplastycznienie materiału na szorstkiej ścianie silosu otrzymujemy wyrażenie:

$$K = \frac{\sin\varphi\sin(\omega-\varphi_w)}{1+\sin\varphi\cos(\omega-\varphi_w)}, \tag{7.2a}$$

gdzie

$$\omega = \arcsin\frac{\sin\varphi_w}{\sin\varphi}. \tag{7.2b}$$

Trzecia możliwość to założenie uplastycznienia materiału w osi i przy ścianie silosu. Otrzymujemy wówczas zależność:

$$K = \frac{3\sin\varphi(1-\sin\varphi)\sin(\omega-\varphi_w)}{3-\sin\varphi+\sin\varphi(1-3\sin\varphi)\cos(\omega-\varphi_w)}. \tag{7.3}$$

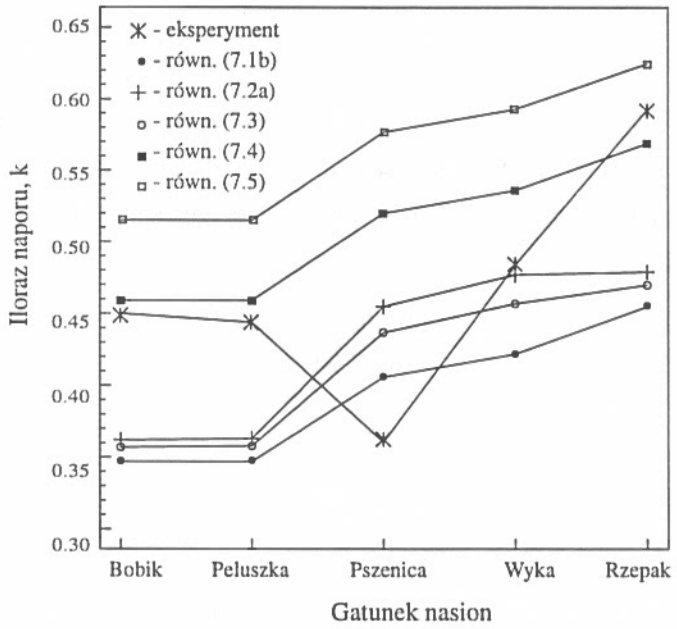
Rezygnując z wątpliwego w warunkach statycznych założenia o uplastycznieniu materiału Jaky (wg Lohnes, 1993) wyprowadził zależność:

$$k_0 = \frac{(1-\sin\varphi)\left(1+\frac{2}{3}\sin\varphi\right)}{1+\sin\varphi} \tag{7.4}$$

Równanie to jest często stosowane w formie uproszczonej jako:

$$k_0 = 1-\sin\varphi. \tag{7.5}$$

Na rysunku 40 przedstawiono, wyznaczone eksperymentalnie, wartości ilorazu naporu dla nasion pięciu gatunków roślin oraz wartości k obliczone zgodnie z wyrażeniami 7.1 do 7.5. Wartość k obliczano jako iloraz parametru K i eksperymentalnie wyznaczonego współczynnika tarcia o ścianę (przyjmując $\tau/\sigma_n = \mu$). Stwierdzono, że oszacowanie



Rys. 40. Iloraz naporu *k* dla nasion pięciu gatunków roslin. Wyniki eksperymentu i oszacowania wg równań (7.1) - (7.5)

Jaky'ego ilorazu naporu *k* daje wartości najbliższe wyznaczonym w pomiarach. Sformułowanie Rankine'a jak i wyrażenia uwzględniające tarcie o ścianę przy założeniu uplastycznienia materiału, dają wartości ilorazu naporu niższe od obserwowanych w eksperymencie. Wartości *k* liczone z uproszczonego wyrażenia Jaky'ego były wyższe niż otrzymane w eksperymencie.

Niespodziewanie niskie są wartości ilorazu naporu otrzymane w eksperymencie dla pszenicy. Wszystkie oszacowania dawały wartości wyższe niż wyznaczona eksperymentalnie. Można było spodziewać się, że iloraz naporu pszenicy będzie bliski wyznaczonemu dla rzepaku ponieważ właściwości mechaniczne tych nasion różnią się nieznacznie. Kąt tarcia wewnętrznego pszenicy wynosi $24{,}6^{o} \pm 0{,}8^{o}$, a rzepaku $24{,}3^{o} \pm 0{,}7^{o}$; współczynnik tarcia o blachę cynkowaną odpowiednio: $0{,}152 \pm 0{,}005$ i $0{,}150 \pm 0{,}008$ oraz współczynnik tarcia o ścianę zmierzony w zbiorniku modelowym odpowiednio: $0{,}313 \pm 0{,}003$ i $0{,}310 \pm 0{,}004$. Pewne przesłanki wypływają ze zmierzonych

rozkładów naporu i naprężeń. Średni napór pionowy ziarna pszenicy na dno silosu (rys. 23) jest nieznacznie wyższy niż odpowiednia wartość dla nasion rzepaku. Napór pszenicy na pierścień w osi zbiornika wynosi 3,4 kPa, a rzepaku 2,7 kPa; odpowiednie wartości na pierścieniu przy ścianie są prawie równe i wynoszą odpowiednio: 3,3 kPa oraz 3,2 kPa. Przebiegi w obu przypadkach są bliskie prostoliniowym, malejącemu w przypadku pszenicy i rosnącemu w przypadku rzepaku. Również przebiegi naprężenia stycznego $\tau(r)$ nasion obu gatunków są bliskie liniowym. Wartość naprężenia stycznego przy ścianie jest jednak w przypadku pszenicy znacznie wyższa (271 Pa) od, bliskich sobie, wartości dla pozostałych nasion, w tym rzepaku (218 Pa). We fragmencie przebiegu pomiędzy ostatnim przekrojem myślnym, a ścianą, dla pszenicy naprężenie styczne τ rośnie podczas gdy dla pozostałych nasion maleje (rys. 24). Prawdopodobnie jest to skutek odmienności struktury upakowania wyraźnie wydłużonych, elipsoidalnych ziaren pszenicy od struktury upakowania, bliższych kształtem kuli, pozostałych nasion. Rothenburg i Bathurst (1992) badali w eksperymencie numerycznym właściwości mechaniczne układów płaskich cząstek o przekroju eliptycznym i porównywali wyniki z uzyskanymi wcześniej dla cząstek o przekroju kołowym (dysków) (Bathurst i Rothenburg, 1990). Jako miarę odstępstwa kształtu przekroju od kołowego przyjęli ekscentryczność e określoną tak, że długości osi elipsy wyrażają związki : $A = D(1 + e)$ oraz $B = D(1-e)$, gdzie D - średnica równoważna cząstki. Upakowanie dysków ($e = 0$) charakteryzowało się liczbą koordynacyjną równą 4,03. Ze wzrostem ekscentryczności do wartości 0,2 liczba koordynacyjna rosła do około 5,8, następnie po przekroczeniu $e = 0,2$ nieco malała. Stwierdzono, że upakowanie przy $e = 0,2$ wytwarza układ o największej możliwej gęstości kontaktów przy danym rozkładzie wymiarów cząstek. Równocześnie upakowania cząstek eliptycznych tworzą struktury o silniejszej anizotropii niż upakowania cząstek kołowych. Autorzy wskazują, że upakowania cząstek o dużej ekscentryczności przejawiają zdecydowanie odmienną reakcję na obciążenie mechaniczne niż upakowania cząstek o przekroju kołowym. Tak symulacje numeryczne Bathursta i Rothenburga, jak i eksperymenty w aparacie dwuosiowym Konishi i in. (1982) wykazały, że pod obciążeniem pionowym, w zakresie niewielkich odkształceń, układy cząstek eliptycznych przekazują obciążenie w

kierunku pionowym znacznie intensywniej niż układy cząstek kołowych. Konishi i in. (1982) otrzymali około dwukrotnie wyższy stosunek σ_z/σ_x po odkształceniu 0,5 % układu cząstek o stosunku promieni równym 1,4 w porównaniu do układu cząstek o stosunku promieni 1,1. Wobec wyżej cytowanych relacji wydaje się, że znaczną różnicę wartości ilorazu naporu wyznaczonych dla rzepaku i pszenicy tłumaczy różnica kształtu tych nasion, dominująca nad pozostałymi czynnikami. Bliskie sobie zmierzone wartości właściwości mechanicznych z natury swojej dotyczą materiału w stanie krytycznym i prawdopodobnie nie odzwierciedlają wiernie stanu statycznego materiału.

Wobec znacznej liczby czynników wpływających na wartość ilorazu naporu, wydaje się, że ustanowienie standardowej metody jego wyznaczania wymaga dalszych prac eksperymentalnych. Lohnes (1993) analizował teoretyczne oszacowania ilorazu naporu oraz wyznaczał jego wartość trzema metodami. W podsumowaniu badań stwierdził, że projektowanie silosów znajduje się w stadium, kiedy konieczne staje się opracowanie wiarygodnych technik pomiarowych. Zdaniem tego autora, modele matematyczne są zaawansowane znacznie lepiej niż wiedza o parametrach materiałowych, z których korzystają. Wydaje się, że wobec braku przełomu w teorii opisującej mechanikę ośrodków ziarnistych, poprawienie dokładności opisu znanymi modelami można osiągnąć przez bardziej precyzyjne wyznaczenie ich parametrów.

8. Podsumowanie i wnioski

Materiał sypki odróżnia od cieczy zdolność do przenoszenia naprężeń ścinających. Reakcja na obciążenie materiału sypkiego jest też inna niż ośrodka sprężystego. Zmiana naprężenia (lub odkształcenia) w jednym punkcie ośrodka sprężystego wpływa na stan naprężenia w całej objętości. W materiale sypkim taka zmiana ma ograniczony zasięg. Związki pomiędzy naprężeniem i odkształceniem są bardziej złożone niż w przypadku ośrodka sprężystego. Materiał sypki może ponadto wykazywać zróżnicowanie właściwości mechanicznych w różnych regionach objętości. Dlatego, na przykład, przy różnych sposobach formowania mogą powstawać złoża wykazujące anizotropię właściwości mechanicznych.

Przez długi czas praktycznie wystarczającym parametrem dla opisu zdolności materiału do przenoszenia naprężeń stycznych był kąt tarcia wewnętrznego. W miarę gromadzenia wiedzy okazało się, że na wielkość kąta tarcia wewnętrznego ma wpływ wiele czynników, a zależności te są niekiedy bardzo złożone. Roscoe i in. (1970) do opisu zależności naprężenia stycznego od naprężenia normalnego wprowadzili trzecią zmienną - porowatość co pozwoliło na uściślenie opisu znacznej grupy materiałów (w szczególności gleb niespoistych). Oda (1978) udowodnił eksperymentalnie, że wytrzymałość materiału sypkiego zależy od orientacji przestrzennej cząstek. Od tego czasu intensywnie prowadzone są prace eksperymentalne i teoretyczne badające to zagadnienie.

Podejmowane w wielu ośrodkach naukowych próby opisu mechaniki materiału sypkiego w oparciu o elementarne oddziaływania cząstek znalazły niewielkie zastosowanie w praktyce. Aktualnie stosowane modele dały zweryfikowany eksperymentalnie makroskopowy opis rozkładu naprężeń wyprowadzony z sił międzyziarnowych dla dwuwymiarowych układów o liczebności nie przewyższającej 1000 sztywnych cząstek. Nadal trwa dyskusja nad samym sformułowaniem zagadnienia, wyborem zmiennych mikromechanicznych stanu ośrodka i adaptowaniem właściwego aparatu matematycznego.

Materiały sypkie biologiczne stwarzają większe trudności opisu niż materiały mineralne, gdyż ich cząstki są w znacznym stopniu odkształcalne. Jak wykazały eksperymenty,

w praktycznie występującym zakresie obciążeń, nie można zaniedbać efektów wynikających z akumulacji i uwalniania energii sprężystej w masie materiału. W pewnych warunkach (np wysokiej wilgotności) materiały biologiczne charakteryzują: oddziaływania lepkosprężyste, histereza i pamięć układu, co wprowadza kolejny stopień skomplikowania opisu. Z drugiej strony, suche ziarno zbóż wydaje się wygodnym do badań modelem ośrodka sypkiego ze względu na stosunkowo niewielkie zróżnicowanie kształtu, wymiarów i właściwości mechanicznych pojedynczych cząstek.

Wyniki badań niniejszego opracowania potwierdzają wnioski innych autorów oraz uściślają je w odniesieniu do ośrodków sypkich pochodzenia biologicznego. W wielu zagadnieniach szczegółowych wnoszą nowe informacje.

Potwierdzono, że ośrodek sypki utworzony z ziarna lub nasion charakteryzuje się anizotropią właściwości mechanicznych. Efekt ten przejawia się w procesie ścinania jako zależność kąta tarcia wewnętrznego od struktury przestrzennego upakowania ziaren próbki. Metoda napełniania, która decyduje o strukturze złoża ma silny wpływ na obciążenia silosu w stanie statycznym jak i na początku opróżniania. Anizotropia ujawnia się również w złożu pozostającym w spoczynku. Wyraża się wtedy jako zależność rozkładu naporu na dno i naprężenia stycznego od struktury geometrycznej ośrodka. Wyznaczono rozkłady promieniowe naporu na dno i naprężenia stycznego oraz oszacowano zakres ich zmienności w zależności od sposobu napełniania.

Anizotropia ośrodka wytworzona w trakcie formowania utrzymuje się do momentu otwarcia wylotu zbiornika. Zachodzi wtedy reorientacja sił kontaktowych i obrót naprężeń głównych - zmiana stanu naprężeń z czynnego na bierny. W początkowym stadium zmiana odbywa się bez zmiany sieci kontaktów. W miarę wypływu maleje gęstość materiału w sąsiedztwie wylotu i część obciążenia z dna jest przejmowana na ścianę zbiornika. W przypadku ściany szorstkiej i materiału luźnego redystrybucja rozprasza się na ruchy pojedynczych ziaren w warstwie przyściennej. W przypadku gęstego upakowania i ściany gładkiej przeniesienie naprężeń odbywa się przez bardziej sztywną sieć kontaktów i napotyka najsłabsze punkty kontaktu skoncentrowane na ścianie. Ustalają się

warunki stabilnego poślizgu słupa materiału wzdłuż ściany. Wypływ przyjmuje formę masowego, lub rdzeniowego w zależności od lokalizacji stref rozluźnienia.

Nasiona odpowiednich gatunków roślin dobrano tak, by uwypuklić skutki oddziaływania wielkości, kształtu i właściwości powierzchniowych na rozkład naporu i naprężeń w złożu. Potwierdzono ustalenia teoretyczne, że stopień nierównomierności promieniowego rozkładu naporu zależy od wielkości cząstek ośrodka. Monotoniczne przebiegi rozkładu naporu otrzymywano, kiedy średnica zbiornika była ponad stukrotnie większa od średnicy równoważnej cząstki. Dopiero przy tej wielokrotności wymiaru cząstki uzasadnione byłoby traktowanie ośrodka jako ciągły, gdyż wtedy następuje wystarczające uśrednienie oddziaływań w pojedynczych kontaktach. Wykazano też, że zasięg zaburzenia rozkładu naporu od obciążenia ściany zależy od średnicy równoważnej cząstek. Zaburzenia te zanikały po przekroczeniu odległości równej około dziesięciu średnic równoważnych cząstki. Tego rzędu wymiar warstwy przyściennej, o właściwościach odmiennych od pozostałej objętości złoża, należałoby przyjmować w obliczeniach konstrukcyjnych metodą elementów skończonych.

Zaobserwowano istotne efekty wynikające ze znacznej sprężystości ośrodka utworzonego z ziarna lub nasion. Sprężystość materiału przejawiała się jako odwracalna zmiana przebiegu rozkładów naporu pionowego na dno $\sigma_z(r)$ i średniego naprężenia stycznego $\tau(r)$, przy pionowym obciążaniu ściany zbiornika. Efekty sprężystości obserwowano również przy badaniu zależności ilorazu naporu od historii obciążenia. Zróżnicowanie wartości ilorazu naporu przy wzroście obciążenia i przy spadku obciążenia spowodowane jest zmianą konfiguracji sił kontaktowych. W trakcie obciążania złoża rosną siły kontaktowe i następują ich obroty w granicach stożków tarcia. Zmiana ilorazu naporu jest przy tym nieznaczna. Przy odciążaniu możliwe jest znaczne zmniejszenie sił kontaktowych zorientowanych pionowo, podczas gdy relaksacja sił w kierunku poziomym jest ograniczona ścianą zbiornika. W efekcie iloraz naporu zdecydowanie rośnie.

Znane aktualnie teorie nie oferują, praktycznie przydatnego, związku pomiędzy stanem naprężenia a stanem odkształcenia materiału sypkiego dla zakresu obciążenia

poniżej stanu granicznego. Do czasu opracowania jednolitej teorii ośrodków sypkich obraz zjawisk będzie opierał się o zależności empiryczne doskonalone na bieżąco w miarę dopływu informacji z laboratoriów. Rozwiązania praktyczne konstruowane będą ze świadomością niepełnej wiedzy i obciążone błędem. Wydaje się, że w sensie wglądu w wewnętrzne mechanizmy przenoszenia oddziaływań mikromechanicznych na zmienne makromechaniczne, obiecujące jest potraktowanie materiału sypkiego jako ośrodka ciągłego z mikrostrukturą. Informacja o stanie materiału w poszczególnych podobszarach daje pojęcie o stanie mikrostrukturalnym, a równocześnie istotnie zmniejsza ilość elementów niezbędnych do uwzględnienia w obliczeniach, co często jest warunkiem ich wykonania.

Wiele zarejestrowanych wyników pozostaje bez interpretacji, a jedynie wskazuje kierunki dalszych badań. Otrzymane w eksperymentach przebiegi zmienności składowych naprężeń mogą być zastosowane do estymowania funkcji stosowanych do całkowania równań równowagi lokalnej. Mogą również służyć jako baza danych przy weryfikacji modeli ośrodków sypkich formułowanych w oparciu o elementarne oddziaływania między ziarnami. Poszukiwania opisu teoretycznego mechaniki roślinnego materiału sypkiego m. in. na podstawie ustaleń tego opracowania są jednym z zagadnień umieszczonych w programie badań Instytutu Agrofizyki PAN w Lublinie.

Otrzymane w badaniach wyniki pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków szczegółowych:

1. Stwierdzono, że rozkład naporu pionowego na dno zbiornika $\sigma_z(r)$ wzdłuż promienia nie jest stały.
   1.1. Nierównomierność rozkładu naporu $\sigma_z(r)$ zależy od wymiaru charakterystycznego nasion i kąta tarcia wewnętrznego. Przyrost wartości każdego z tych parametrów powoduje wzrost nierównomierności rozkładu naporu pionowego.
   1.2. Tarcie na ścianie zbiornika jest rozwinięte w niewielkim stopniu. Pionowe obciążenie ściany szorstkiej było nieznacznie większe od obciążenia ściany gładkiej. Kąt tarcia o ścianę w nieznacznym stopniu wpływa tak na pionowe obciążenie ściany jak i na promieniowy rozkład naporu pionowego na dno.

Często przyjmowane dla obliczeń konstrukcyjnych założenie o występowaniu na ścianie tarcia rozwiniętego nie jest w warunkach statycznych słuszne.

1.3. Zmiana wilgotności ziarna pszenicy, którym napełniano zbiornik, istotnie zmieniała rozkład naporu na dno. Przebiegi $\sigma_z(r)$ były bliskie liniowym w przypadku gładkiej ściany zbiornika, podczas gdy w przypadku ściany szorstkiej miały dwa minima.

1.4. Zastosowane sposoby napełniania zbiornika wytwarzają złoża o odmiennej strukturze, co odzwierciedla się w zróżnicowaniu przebiegów $\sigma_z(r)$. W przypadku ziarna pszenicy i zbiornika o ścianie gładkiej rozkłady $\sigma_z(r)$ mają przebiegi bliskie liniowym, podczas gdy w zbiorniku o ścianie szorstkiej przebiegi $\sigma_z(r)$ są bliższe parabolicznym.

1.5. Kształt ziaren nie wywiera zasadniczego wpływu na rozkład naporu $\sigma_z(r)$, jeżeli metoda formowania próbki wytwarza tę samą orientację przestrzenną potencjalnych powierzchni poślizgu. Najbliższe stałym przebiegi $\sigma_z(r)$ otrzymano w przypadku pszenicy i rzepaku, których ziarna znacznie różnią się kształtem.

2. Rozkład pionowych naprężeń stycznych w materiale jest bliski liniowemu, rosnącemu od środka zbiornika ku ścianie. Zmiana wilgotności ziarna z 12 na 15% skutkuje istotnym spadkiem nachylenia przebiegu $\tau(r)$ dla ziarna pszenicy w zbiorniku o gładkiej ścianie. Dalszy przyrost wilgotności ziarna do 18% nie powoduje istotnych zmian przebiegu. W zbiorniku o ścianie szorstkiej zmiana wilgotności ziarna pszenicy w zakresie od 12% do 18% nie powoduje istotnej zmiany rozkładu $\tau(r)$. Prawdopodobnie tylko w zbiorniku o gładkiej ścianie i przy zmianie wilgotności ziarna z 12 na 15% następuje zmiana współczynnika tarcia o ścianę, pociągająca za sobą spadek naprężenia stycznego na ścianie.

3. Obciążenie złoża wzdłuż obwodu pionowym naprężeniem stycznym powodowało przyrost sił tarcia na ścianie. Otrzymywane w takich warunkach rozkłady $\sigma_z(r)$ i $\tau(r)$ różniły się zasadniczo od rozkładów otrzymywanych w nieobciążonym złożu.

3.1. Zasięg oddziaływania pionowego stycznego obciążenia walcowej powierzchni złoża zależy od wymiaru charakterystycznego ziaren. Warstwa przyścienna (strefa ścinania) w silosie sięga na głębokość około dziesięciu wymiarów charakterystycznych ziaren. W bardziej odległych od ściany warstwach materiału nie zaobserwowano zmian naprężenia stycznego ani naporu normalnego.

3.2. Naprężenie styczne w warunkach tarcia rozwiniętego na ścianie było kilkakrotnie wyższe niż bez obciążenia ściany pionowym naprężeniem stycznym.

3.3. W bardziej wilgotnym ziarnie pszenicy większe było zaburzenie przebiegu $\tau(r)$ przy gładkiej ścianie zbiornika. W zbiorniku o ścianie szorstkiej zmiana wilgotności ziarna powodowała nieznaczne zmiany przebiegu $\tau(r)$.

4. Iloraz naporu k nie jest parametrem stałym dla danego materiału sypkiego i danej chropowatości ściany zbiornika. Zależy on również od struktury złoża jaka wytworzyła się w trakcie napełniania zbiornika oraz od historii obciążenia złoża.

4.1. Wartość ilorazu naporu zależy od metody napełniania zbiornika. W przypadku pszenicy zakres jego zmienności zawierał się w przedziale od 0,266 (napełnianie rozproszone) do 0,361 (napełnianie centryczne).

4.2. Iloraz naporu jest stały w trakcie obciążania złoża po przekroczeniu pewnej minimalnej wartości naporu pionowego. Wartość k przestaje przyrastać po wstępnym zagęszczeniu materiału i ustaleniu się stabilnej konfiguracji sił kontaktowych. Przy odciążaniu wartość ilorazu naporu wzrasta.

4.3. Spośród rozważanych oszacowań ilorazu naporu k propozycja Jaky'ego (równanie 7.4) daje wartości najbliższe otrzymanym w eksperymencie z nasionami pięciu gatunków roślin.

5. Z praktycznego punktu widzenia, najkorzystniejszy rozkład naporu powstaje podczas napełniania obwodowego. Wartość ilorazu naporu poziomego do pionowego jest, przy napełnianiu obwodowym, niższa niż przy centrycznym, a napór pionowy maleje z przyrostem odległości od osi symetrii zbiornika.

6. Statyczne rozkłady naporu $\sigma_z(r)$ wyznaczane w zbiorniku o niewielkiej wysokości nie zmieniają istotnie przebiegu po dodatkowym obciążeniu górnej powierzchni złoża. Dodatkowe obciążanie górnej powierzchni, niewysokiej warstwy w modelu, może być stosowane do symulowania stanu naprężeń przy dnie głębokiego silosu.

9. Literatura

Allen J.R.L.: *Notes towards a theory of concentration of solids in natural sand.* Geological Magazine, (106) 4, 309-321, 1969.

Aoki R. i H. Tsunakawa: The pressure in a granular material at the wall of bins and hoppers. J. Chem. Eng. Jpn., 2, 126-129, 1969.

Aoki R.: *Stresses of powders and granular materials in bins and hoppers.* Theoretical and Applied Mechanics, 26, 9-24, 1976.

Arthur J.R.F. i T. Dunstan: *Rupture layers in granular media.* Deformation and Failure of Granular Media. A.A. Balkema, Rotterdam, 453-459, 1982.

Arthur J.R.F., Chua K.S., Dunstan T.: *Dense sand weakened by continuous principal stress direction rotation.* ASAE, Standards, 40th Ed. St. Joseph, MI: ASAE, 1993.

Askegaard V.: *Stress and strain measurements in solids.* VDI-Berichte Nr. 313, 1978.

Askegaard V., Munch-Andersen J.: *Results from tests with normal and shear stress cells in a medium-scale model silo.* Powder Technology, 44, 151-157, 1985.

Atewologun A.O., Liskowski G.L. and Buck N.L.: *Transducer for measuring in-mass static stress state in grain bins.* ASAE, Paper No. 89-4003, ASAE, St. Joseph, MI, 1989.

Ballendran B. and Nemat-Nasser S.: *Double sliding model for cyclic deformation of granular materials including dilatancy effects.* J. Mech. Phys. Solids, 41(3), 573-612, 1993.

Bardet J.P. and J. Proubet: *Shear-band analysis in idealized granular material.* J. Engrg. Mech., 118(2), 397-415, 1992.

Bathurst R.J. and Rothenburg L.: *Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions.* Journal of Applied Mechanics, 55(1), 17-23, 1988.

Benenati R.F., Brosilow C.B.: *Void fraction distribution in beds of spheres.* A.I.Ch.E. Journal, (8)3, 359-361, 1962.

Blight E. i R. Halmagiu. 1995. Calibrating pressure cells to measure pressure in silos. X International Conference on „Reinforced and Posttensioned Concrete Silos and Tanks". Cracow, Poland, 23-25 November 1995.

Borcz A.: Silosy w przemyśle materiałów wiążących. Politechnika Wrocławska. Wrocław 1987.

Bowden F.P. and Tabor D.: *The friction and lubrication of solids,* Part I. Oxford University Press, London, 1950.

Chang C.S. i C.L. Liao: *Constitutive relation for a particulate medium with the effect of particle rotation.* Int. J. Solids Structure, 26(4), 437-453, 1990.

Chang C.S. i Ma L.: *Modelling of discrete granulates as micropolar continua.* J. Engrg. Mech., 116(12), 2703-21, 1990.

Chang C.S., Misra A., Sundaram S.S.: *Micromechanical modelling of cemented sands under low amplitude oscillations.* Geotechnique, (40)2, 251-263, 1990.

Chang C.S. and Misra A.: *Packing structure and mechanical properties of granulates.* J. Engrg. Mech., 116(5), 1077-1092, 1990.

Chang C.S., Misra A. and Acheampong K.: *Elastoplastic deformation for particulates with frictional contact.* J. Engrg. Mech., 118(8), 1692-1707, 1992.

Christoffersen J., Mehrabadi M.M. and Nemat-Nasser S.: *A micromechanical description of granular material behaviour.* J. of Applied Mechanics 48, June 1981, 339-344, 1981.

Clower R.E., Ross I.J. and White G.M.: *Properties of compressible granular materials as related to forces in bulk storage structures.* Transactions of the ASAE, 16(3), 478-481,1973.

Cowin S.C.: *The theory of static loads in bins.* J. of Appl. Mech., 44(3), 409-412, 1977.

Cowin S.C.: *The pressure ratio in the theory of bin pressures.* Journal of Applied Mechanics, 46, 524-528, 1979.

Dantu P.: *Etude statistique des forces intergranulaires dans un millieu pulverulent.* Geotechnique, 18, 50-55, 1968.

Deutsch G.P. i Schmidt L.C.: *Pressures on silo walls*. Journal of Engineering for Industry, 91, 450-459, 1969.

Drescher A. i G. De Josselin de Jong: *Photoelastic Verification of a Mechanical model for the Flow of a Granulrar Material*. J. Mech. Phys. Solids, 20(4), 337-351, 1972.

Drescher A.: *Metody obliczeń parć i przepływu materiałów ziarnistych w zbiornikach.* PWN, Warszawa, 1983.

Drescher A.: *Analytical methods in bin-load analysis*. Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York-Tokio, 1991.

Dyląg Z., A. Jakubowicz i Z.Orłoś: *Wytrzymałośc materiałów.* WNT Warszawa, 1996.

Edwards S.F. i C.C. Mounfield.: *A theoretical model for the stress distribution in granular matter. I. Basic equations.* Physica A 226, 1-11, 1996.

Feda J.: *Zaklady mechaniky partikularnych latek.* Academia. Praha, 1977.

Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego.* PWN Warszawa, 1969.

Galili N. i S.A. Thompson. 1990. *Force and membrane pressure cells for stress analysis in granular media.* 2nd European Symposium on Stress and Strain Behavior of Particulate Solids - Silo Stresses. CHISA, Praha, Czechoslovakia, August 26-31.

Glazer Z.: *Mechanika gruntów.* Wydawnictwa Geologiczne, Warszawa, 1977.

Gnatowski M. i A. Łapko: *Problem interakcji ściany i ośrodka sypkiego w komorze silosu.* Materiały X Międzynarodowej Konferencji „ Żelbetowe i sprężone zbiorniki na materiały sypkie i ciecze", Kraków, 61-68, 1995.

Goodling J.S., Khader M.S.: *Coordination number distribution of spherical particles in a packed cylindrical bed.* Powder Technology, 44, 53-55, 1985.

Granik V.T. i M. Ferrari: *Microstructural Mechanics of Granular Media.* Mechanics of Materials, 15, 301-322, 1993.

Graton L.C. i H.J. Fraser: *Systematic Packing of Spheres, with particular relation to permeability and porosity*. J. of Geology, 43, 785-909, 1935.

Grochowicz J.: *Technologia produkcji mieszanek paszowych*. PWRiL, Warszawa, 1985.

Hancock A.W. i Nedderman R.M.: *Prediction of stresses on vertical bunker walls.* Trans. Instn. Chem. Engrs. 52, 170-179, 1974.

Hao D., Q. Zhang i M.G. Britton: *Effects of vibration on loads in a corrugated model grain bin.* Can. Agric. Engng., (36)1, 29-35, 1994.

Harr M.E.: *Mechanics of particulate media: a probabilistic approach.* Mc Graw-Hill International Book Company. New York, 1977.

Harris H. D. i D. M. Bakker: *A soil stress transducer for measuring in situ soil stresses.* Soil and Tillage Research, 29, 35-48, 1994.

Hebda M. i A. Wachal: *Trybologia.* WNT, Warszawa 1980.

Hesse T., Hoffman O.H.: *Scherverhalten körniger landwirtschaftlicher haufwerke.* Grundlagen der Landtechnik 27(6), 205-213, 1977.

Hoffmann O.H.: *Neuere grundlagen der mechanik körniger haufwerke.* Grundlagen der Landtechnik 25(2), 48-59, 1975.

Horabik J., Molenda M., Ross I.J.: *Friction force reversal in a model grain bin during emptying.* International Agrophysics, 6(3-4), 167-171, 1992.

Horabik J.: *Wpływ właściwosci mechanicznych ziarna pszenicy na rozkład obciażenia w zbiorniku* (praca habilitacyjna). Acta Agrophysica, 1, 1994.

Horabik J., Molenda M., Ross I.J.: *Comparison of load distributionn in two similar grain bins.* ASAE, Paper No. 934502, Transactions of the ASAE (w druku).

Horabik J., Molenda M., Schwab C.V., Ross I.J.: *Wall and bottom loads in grain bins of different diameters.* Powder Handling and Processing, 1995, 2.

Horne R.M. and Nedderman R.M.: *Analysis of the stress distribution in two-dimensional bins by the method of characteristics.* Powder Technology 14, 93-102, 1976.

Horne M.R.: *The behaviour of an assembly of rotund, rigid, cohesionless particles.* Proc. Royal Soc. of London, Ser. A. 286 No. 1404, 62-78, 1965.

Jahedi J., Mohammadi J. and Nair S.: *A fabric-related constitutive model for granular materials.* Journal of Applied Mechanics 57(3), 507-513, 1990.

Janssen H.A.: *Versuche über Getreidedruck in Silozellen.* Verein Deutscher Ingenieure, Zeitschrift (Düsseldorf), 39, 1045-1049, 1895.

Kamiński M.: *Badania naporu bezkohezyjnych materiałów sypkich w silosach.* Pr. nauk. Inst. Bud. PWr., nr 50, Wrocław 1986.

Kamiński M. i E. Wirska: *Modelling of powder flow in silos with flexible wall.* Powder Handling and Processing 9(4), 329-334, 1997.

Kanatani K.: *A theory of contact force distribution in granular materials.* Powder Technology 28(2), 167-172, 1981.

Kanatani K.: *Distribution of directional data and fabric tensors.* International Journal of Engineering Science, 22(2), 149-164, 1984.

Ketchum M.: *The design of walls, bins and grain elevators.* McGraw-Hill Book Company. New York, 1919.

Kezdi A.: *Handbook of soil mechanics.* Akademiai Kiado. Budapest 1974.

Kitamura R.: *Application of Markov process to deformation of particulate material.* Proc. of the 23rd Japan Congress on Materials Research. Kyoto, 21-26, 1980.

Kitamura R.: *Analysis of deformation mechanism of particulate material at particle scale.* Soils and Foundations, (21) 2, pp. 85-98, 1981a.

Kitamura R.: *A mechanical model of particulate material based on stochastic process.* Soils and Foundations, 21 (2), 63-72, 1981b.

Kobielak S.: *Application of pressure cells in civil engineering.* Pr. nauk. Inst. Bud. PWr., nr 50, Wrocław 1991.

Koenders M.A., Stefanovska E.: *The numerical simulation of a dense assembly of parti*cles with elasto-frictional interaction. Powder Technology, 77, 115-122, 1993.

Konishi J.M: *Microscopic model studies on the Mechanical Behavior of Granular Materials.* Proc. US-Japan Sem. Cont.-Mech. Statist. Appr. Mech. Gran. Mater., Tokyo, 27-45, 1978.

Konishi J., M. Oda and Nemat-Nasser S.: *Inherent anisotropy and shear strength of assembly of oval cross-sectional rods.* Deformation and failure of granular materials. A.A. BALKEMA/Rotterdam, 1982.

Kóta B.: *Operational tests of discharge tubes with models.* Powder Handling and Processing, 8(1), 25-30, 1996.

Kwade A., Schulze D., Schwedes J.: *Determination of the stress ratio in uniaxial compression test - part 1.* Powder handling and processing, (6)1, 61-67, 1994a.

Kwade A., Schulze D., Schwedes J.: *Determination of the stress ratio in uniaxial compression test - part 2.* Powder handling and processing, (6)2, 199-203, 1994b.

Lade P.V., Nelson B.R. and Marvin Ito Y.: *Nonassociated flow and stability of granular materials.* J. Engrg. Mech., 113(9), 1302-1318, 1987.

Law G.J., Negi S.C., Jofriet J.C.: *Stress-strain behaviour of barley in a model bin.* Powder Handling and Processing, 4(1), 65-69, 1992.

Law G.J., Negi S.C., Jofriet J.C.: *A method for measurement of horizontal to vertical pressure ratios of wheat and barley in a circular bin.* Can. Agr. Eng. (35)1, 45-49, 1993.

Li Y., Zang Q., Puri V.M., Manbeck H.B.: *Physical properties effect on stress-strain behavior of wheat en masse—part 1, load response dependence on initial bulk density and moisture content.* Trans. of ASAE, 32(1),194-202, 1989.

Lohnes R.A.: *Lateral stress ratios for particulate materials.* Powder Handling and Processing, (5)4, 331-335, 1993.

Lvin, Ja. B.: *Analytical evaluation of pressures of granular materials on silo walls.* Powder Technology, 4, 280-285, 1970.

Marchant J.A., Westgate G.R.: *A technique for measuring the stress exerted by granular materials on a retaining structure.* J.agric. Engng Res., 27, 93-100, 1982.

Mehrabadi M.M., Nemat-Nasser S.: *On statistical description of stress and fabric in granular materials.* Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 6, 95-108, 1982.

Mindlin R.D.: *Compliance of elastic bodies in contact.* J. Appl. Mechanics, 16, 259-268, 1949.

Mohsenin N.N.: *Physical properties of plant and animal materials.* Gordon and Breach Science Publishers, 1978.

Molenda M., Horabik J., Ross I.J.: *Loads in model grain bins as affected by filling methods.* Transactions of the ASAE, 36(3), 915-919, 1993.

Molenda M., J. Horabik i I.J. Ross: *Dynamic load response in a model bin at the start of grain discharge.* Transactions of the ASAE, 38(6), 1869-1873. 1995.

Molenda M., Horabik J., Grochowicz J., Szot B.: *Tarcie ziarna pszenicy.* Acta Agrophysica, 4, 1995.

Molenda M., J. Horabik i I.J. Ross*: Effect of Filling Method on Load Distribution in Model Grain Bins*. Transactions of the ASAE, 39(1), 219-224, 1996.

Molenda M., J. Horabik i I. J. Ross: *Stress and deformation of wheat in direct shear test.* VI International Conference on Agrophysics, 1997 .

Mounfield C.C. i S.F. Edwards: *A theoretical model for the stress distribution in granular matter.II. Forces in pipes.* Physica A, 226, 12-24, 1996.

Moysey, E.B.: *The effect of grain spreaders on grain friction and bin wall pressures.* J. Agric. Engng. Res., 30, 149-156, 1984.

Mróz Z., Drescher A.: *Limit plasticity approach to some cases of flow of bulk solids.* Transactions of the ASME : Paper No. 68-MH-23, 1968.

Müeller G.E.: *Angular void fraction distribution in randomly packed fixed beds of uniformly sized spheres in cylindrical containers.* Powder Technology, 77, 313-319, 1993.

Mühlhaus H.-B. and Vardoulakis I.: *The thickness of shear bands in granular materials.* Geotechnique, 37(3), 271-293, 1987.

Münch-Andersen J.: *The boundary layer in rough silos.* Mechanical Engineering Transactions, 167-170, 1987.

Münch-Andersen, J. and Nielsen J.: *Pressures in slender grain silos. Measurements in three silos of different sizes.* 2nd European Symposium on the Stress and Strain Behavior of Particulate Solids-Silo Stresses, Praha, Czechoslovakia, August 26-31, 1990.

Nedderman R.M., C. Laohakul. 1980. *The thickness of the shear zone of flowing granular materials*. Powder Technology, 25: 91-100, 1980.

Nichols T.A., Bailey A.C., Johnson C.E. and Crisso R.D: *A stress state transducer for soil.* Transactions of the ASAE, 30(5), 1237-1241. 1987.

Nielsen J., Askegaard V.: *Scale errors in model tests on granular media with special reference to silo models.* Powder Technology, 16, 123-130, 1977.

Nielsen J.: *Load distribution in silos influenced by anisotropic grain behavior.* International Conference on Bulk Materials Storage, Handling and Transportation, New Castle, NSW, Australia, August, 1983.

North M.: *Research into the design of horizontally corrugated grain silos.* Institution of Engineers, Australia Journal 1954, (Jan-Feb), 2-8, 1954.

Nowacki : *Teoria sprężystości*, PWN Warszawa, 1970

Oda M.: *Deformation mechanism of sand in triaxial compression tests.* Soil and Foundations, 12(4), 45-63, 1972.

Oda M.: *Fabrics and their effects on the deformation behaviours of sand.* Dept. Found. Engng. Fac. Engng. Saitama University, Special Issue, 1976.

Oda M.: *Co-ordination Number and its Relation to Shear Strength of granular material.* Soils and Foundations, 17 (2), 29-42, 1977.

Oda M.: *Significance of fabric in granular mechanics.* Proc. US-Japan Seminar, Sendai, Japan, 7-26, 1978.

Oda M., Konishi J. i Nemat-Nasser S: *Some experimentally based fundamental results on the mechanical behaviour of granular materials.* Geotechnique 30, 479-495, 1980.

Perry M.G. and Jangda H.A.S.: *Pressures in flowing and static sand in model bunkers.* Powder Technology, 4, 89-96, 1970.

Pieper K.: *Investigation of silo loads in measuring models.* Journal of Engineering for Industry, 365-372, 1969.

Reimbert M. i A. Reimbert: *Silos, traite theorique et practique*, Eyrolles, Paris, 1963.

Reimbert M. i A. Reimbert: *Determination of the mechanical properties of cohesive and non-cohesive powdered materials.* Buld solids handing, 1(1), 37-41, 1981.

Ridgway K., Tarbuck K.J.: *Voidage fluctuations in randomly-packed beds of spheres adjacent to a containing wall.* Chemical Engineering Science, 23, 1147-1155, 1968.

Roscoe K.H.: *The influence of strains in soil mechanics.* Tenth Rankine Lecture, Geotechnique, 20: 129-170, 1970.

Rothenburg L. i R. J. Bathurst: *Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles.* Geotechnique, 42(1): 79-95, 1992.

Rudnicki J.W. i J.R. Rice: *Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials.* J. Mech. Phys. Solids, 23, 371-394, 1975.

Rumpf H. Particle Technology. Chapman and Hall, London, 1990.

Rothenburg L. i R. J. Bathurst: *Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical patricles.* Geotechnique 42(1), 79-95, 1992.

Satake M.: *Constitution of Mechanics of Granular Materials Through Graph Theory.* Proc. US-Japan Sem. Cont.-Mech. Statist. Appr. Mech. Gran. Mater., Tokyo, 27-45, 1978.

Satake M.: *Fabric tensor in granular materials.* IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials/ Delft, 63-67, 1982.

Scherer R. i H.D. Kutzbach: *Mechanische Eigenschaften von Körnerfrüchten.* Grundlagen der Landtechnik, 28(1), 6-12, 1978.

Šmid J. i Z. Kábatková: *Standard calculation and measurement of wall pressure in a flat-bottom model silo.* Powder Handling and Processing, 4(1), 61-63, 1992.

Schwab C.V.: *Grain pressure phenomenon in a cylindrical flat bottom bin.* Praca doktorska, Uniwersytet Kentucky, Lexington, 1989

Schwedes J.: *Shearing behaviour of slightly compressed cohesive granular materials.* Powder Technology, 11, 59-67,1975.

Scrappeli G. i D.M. Wood. *Rexperimental observations of shear band patterns in direct shear test.* Deformation and Failure of Granular Media. A.A. Balkema, Rotterdam, 473-484, 1982.

Skinner A.E.: *A note on the influence of interparticle friction on thr shearing strength of a random assembly of spherical particles.* Geotechnique, 19, 150-157, 1969.

Smith D.L.O., Lohnes R.A.: *Frictional properties and stress-strain relationships for use in the finite element analysis of grain silos.* Journal of Powder and Bulk Solids Technology, (6)3, 4-10, 1982.

Sundaram V. i S.C. Cowin: *A reassessment of static bin pressure experiments.* Powder Technology, 22, 23-32, 1979.

Tejchman J. I W. Wu: *Numerical study on patterning of shear bands in a Cosserat continuum.* Acta Mechanica, 99: 61-74, 1993.

Thompson S.A., Ross I.J.: *Compressibility and frictional coefficients of wheat.* Transactions of the ASAE, 26(4): 1171-1176, 1180, 1983.

Thompson S.A., Bucklin R.A., Batich C.D. and Ross I.J.: *Variation in the apparent coefficient of friction of wheat on galvanized steel.* Transactions of the ASAE, 31(5), 1518-1524, 1988.

Thompson S.A., Williams R.A.: *The effect of floor frexibility on the vertical pressures in a model grain bin.* An ASAE meeting presentation, Paper No. 914065, 1991.

Tsunakawa H. and Aoki R.: *Lateral pressures of granular materials in amodel bin.* J. of Chemical Engng. of Japan, 7(2), 131-134, 1974.

Valnis K.C. i J.F. Peters: *Configurational entropy, non-associativity and uniqueness in granular media.* Acta Mechanica, 100, 79-93, 1993.

Walton K.: *The effective elastic moduli of a random packing of spheres.* J. Mech. Phys. of Solids, 35(2), 213-226, 1987.

Williams, J.C., Al-Salman D. and Birks A.H.: *Measurements of static stresses on the wall of a cylindrical container for particulate solids.* Powder Technology, 50, 163-175, 1987.

Williams R.A.: *The variation in pressures across the floor of a full scale and model corrugated metal grain bin.* Praca magisterska, Uniwersytet Georgia, Athens, 1990.

Yuu S., Ikeda T,, Egami K. and Kameshima T.: *Experimental analysis of increases in wall pressure due to slight impacts on the wall of a vessel.* Powder Technology, 41, 251-258, 1985.

Zenkow R.L.: *Mechanika nasypnych gruzow.* Izdatielstwo Maszinostrojenie. Moskwa, 1964.

Zhang Q., Puri V.M., Manbeck H.B.: *Determination of elastoplastic constitutive parameters for wheat en masse.* Transactions of the ASAE, 31(3), 910-916, 1988.

Zhang Q., Puri V.M., Manbeck H.B.: *Model for frictional behavior of wheat on structural materials.* Transactions of the ASAE, 31(3), 898-903, 1988.

EFFECT OF STRUCTURE OF SEEDS BEDDING ON STRESS STATE

Summary

The spatial arrangement of individual grains forming a bed of granular solids influences the mechanical behaviour of granular material. Several researchers reported reduction of the coordination number and an increase of the void fraction in the region near the wall of containers holding randomly packed beds of uniform spheres. The method of bin filling influences the pressure distribution on the wall as well as the flow pattern which develops at the onset of discharge. Anisotropic behaviour of grain medium was considered to be the reason for damage to silos built in compliance with current codes of practice. It was found that the filling method influences the magnitude of measured values of the stress ratio.

The purpose of this study was to examine the influence of particle properties and bedding structure on transmission of stresses in the layer of seeds. A model bin 0.61 m in diameter and 0.62 m high was constructed. Its bottom was divided into five concentric rings. The apparatus allowed for the determination of vertical load on each of the floor rings, vertical wall load and horizontal load exerted by grain on the bin wall. Four methods of bin filling and two types of wall surface (rough and smooth) were tested. The seeds of five species of plants were used as bulk solids filling the bin.

The filling method, and individual seed size and shape of the five test materials significantly influenced the radial distribution of vertical pressure on the silo bottom. From a practical point of view, the advantages of circumferential filling as compared to central filling are: lower pressure ratio, maximum of vertical pressure at the bottom centre and lower tangential stress in vertical direction. The characteristics of vertical pressure as the function of the radius was observed to be smooth for the ratio of bin radius to particle dimension higher than one hundred. The change in moisture content of wheat resulted in the change of radial distribution of vertical pressure.

The wall of the bin was loaded gravitationally and allowed to move down. The characteristics of shear stress as the function of the radius was found to be dependent on the seed size. The major part of shear stress change took place in the boundary layer along the wall, which thickness was less than ten seed equivalent diameters.

The proposed method measures vertical normal pressure averaged over the cross sectional area and the horizontal normal pressure averaged over the perimeter. Simultaneously, it measures the coefficient of wall friction, thus the pressure ratio is determined in a manner consistent with the Janssen formula. The pressure ratio value was found affected by material type, filling method and load history. Analysis of radial variation of vertical pressure can be useful in the verification of assumptions concerning the location of regions of fully developed yield conditions inside the Janssen's differential slice which are frequently considered in the theoretical prediction of the stress ratio.

Keywords: grain and seeds, pressure distribution, bedding structure, anisotropy, silo loads